BIBL. NAZ.
VITT. EMANUELE III
XXXIII
D
40
NAPOLI

Digitized by Google

ELEMENTA GEOMETRICA,

IN USUM GEOMETRIÆ Studiosorum ex varijs Authoribus collecta.

PER

M. EBERHARDUM WELPERUM,
Philo-Geometram.

Cum Figuris & Schematismis, in 32. tabulis æneis diligenter elaboratis, ob oculos positis.

ARGENTORATI,

Sumptibus Authoris,

EXCUDEBAT JOHANNES REPPIUS, Anno M. DC. XX.

Prostant ibidem apud Jacobum ab Heyden, Chalcograph. & Hollandum Findlerum, Bibl.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Per Illustribus ac Generosissimis Dominis;

DOMINO HENRICO QVINTO RUTHENO, Dynastæ à Plawen/Domino in Graitz/ Cranichfeldt/Gera/Schlaitz & Lobenstein/&c.

DOMINO SIGISMUNDO RUDOLPHO, & DOMINO JOANNI RICHARDO, à Polhaimb/in Liechtenegg/Partz & Steinhauß/&c. Fratribus Germanis;

Dominis meis clementibus, S.

P*Ræstantissimus Philosophus Plato, Perillustres ac Generosissimi Domini, Domini Clementes, foribus Auditorij sui inscripsisse fertur,* οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, Nullus Geometriæ ignarus ingrediatur. *Qua inscriptione duo nobis proponere voluit: primum, ab ineunte ætate & annis teneris, prius quàm sublimiores facultates aggrediamur, Geometriam addiscendam, ejusq; præcepta nobis inculcanda esse: Secundum, Geometriæ cognitionem ad sublimiores facultates maximè necessariam esse, ad easq; rectè percipiendas multum adjumenti adferre. Quanta enim Geometriæ & Disciplinarum reliquarum Mathematicarum sit utilitas, imò necessitas, ij nôrunt, qui sublimiora pertractare cœperunt, hisq; prius non cognitis, felices in iis progressus facere non potuerunt: siquidem ex Platonis sententiâ, Mathematicæ Disciplinæ animum erigunt, & ad divinarum rerum contemplationem mentis aciem exacuunt: quod per singulas facultates verum demonstrabimus.*

)(2 Primò

Primò *enim ad Sacras literas rectè percipiendas interpretandasq́, multum emolumenti conferunt: numerorum siquidem inscitiâ multa non intelligi possunt, quæ translatè ac mysticè posita sunt in Scripturis: quod confirmat* D. Hieronymus tomo 1. Epist. 5. *dicens, magnam inesse numeris vim ad multa mysteria in Scripturis intelligenda: &* eodem loco, *Geometriam, magnam afferre Theologis utilitatem perhibet.* Beatus Augustinus lib. 2. cap. 16. de doctrinâ Christianâ testatur, *Musicam pernecessariam esse Doctori Christiano: &* cap. 19. *Theologos debere etiam Geographiâ esse instructos. Et* D. Basilius *maximè commendatur, quòd in Astronomiâ, Geometriâ, numerorum cognitione, cæterisq́, Scientiis Mathematicis, fuerit non mediocriter versatus.*

Deinde *ad Reipub. administrationem tempore pacis & belli, ad agriculturam, & hujusmodi alia, summè sunt necessariæ Disciplinæ Mathematicæ, cujus rei multa exempla historiæ nobis ob oculos ponunt, & etiamnum hodiernus dies testatur. Sulpitius olim ob scientiam Eclipsis Lunaris, quæ solùm in Astronomiâ edocetur, ingenti metu exercitum totum liberâsse scribitur. Quod idem de Pericle Atheniensi, nec non Diogene Siciliæ Rege testantur Historici. At verò Nicias Atheniensium Imp. ob hujus rei ignorationem metu perculsus, Classem portu educere non est ausus, haud parvo Reip. Atheniensis incommodo & jacturâ. Superioribus etiam annis, quibus novus Orbis Indiæ Occidentalis exploratus atque detectus fuit, Colonus, quem vulgò Columbum vocant, Ductor Exercitus Ferdinandi Regis Hispaniarum, apud Jamaicam Insulam, totum Exercitum Christianorum ab imminente morte, divinæ Astronomiæ auxilio eripuit. Cùm enim universus Hispanorum Exercitus in ultimo jam vitæ periculo esset constitutus, neque Dux à Jamaicensibus alimenta ullo posset modo impetrare (hac enim ratione exercitum Christianorum facilè sine armis posse expugnari Barbari sperabant) Rectoribus Jamaicensium nunciari*

Digitized by Google

ciari jubet, ni sibi suisq; omnibus necessaria ad victum subministrent, plurima illis ac suprema mala imminere: in cujus rei testimonium non multò pòst Lunam obscuratam eos visuros esse, quam quidem ipse in Astronomia eximiè versatus jamjam defecturam cognoscebat. Contempserunt quidem primò Barbari jussa Ducis Christiani ac minas: at cùm ad constitutum ab ipso tempus Lunam deficere sensim conspicerent, neq; hujus rei causam intelligerent, ad ipsius Ducis cæterorumq; militum pedes pervoluti, uti sibi ignoscerent, obnixè efflagitârunt. Hujus & similium exemplorum considerations moti, non immeritò Ptolemæus asseruisse videtur, optimum Astrologum multum mali prohibere & sapientem Astronomum multum boni hominibus procurare posse. Silentio prætermitto, quòd hæ disciplinæ apud veteres semper in magno pretio habitæ fuerint; nec apud Aegyptios ulli Sacerdotes aut Pontifices creabantur, nisi Mathematici: nulli apud Persas salutabantur Reges, nisi Mathematici. Imò Imperatores & Reges plures his maximè delectati fuerunt. Julio enim Cæsari Astronomicum studium summæ curæ fuit, qui ex Aegypto secum duxit Sosigenem, Mathematicum insignem, cujus operâ plurimum est usus in ordinatione anni ad cursum Solis. Hic tantum hoc studio delectatus fuit, ut ipsemet de seipso apud Lucanum dixerit:

—— —— —— —— media inter prælia semper
Stellarum cœlique plagis, superisque vacavi.

Hunc secutus est Adrianus Imp. adeò in motibus astrorum versatus, ut singulis annis sibi conscripsisse prognosticon referant historiæ. Quid dicam de Alphonso Hispaniarum Rege? qui adeò doctus in Astrorum scientiâ extitit, ut insigne opus tabularum Astronomicarum composuerit. Prætereo ex recentioribus Carolum V. Imper. Ferdinandum ejus fratrem, Philippum Hispaniarum Regem, Maximilianum & Rudolphum Impp. Philibertum Ducem Sabaudiæ, VVilhelmum Landgravium Hassiæ, & multos

Digitized by Google

alios magnos Heroës, qui hanc ob causam nomen perenne sibi acquisiverunt.

Tertiò *Medicinæ adeò conducunt Scientiæ Mathematicæ, ut Galenus Medicorum Princeps ægrotos moneat, ne se committant manibus Medicorum Astrologiam ignorantium: ait enim, medicamenta parùm aut nihil prodesse temporibus incongruis exhibita, imò verò sæpènumero nocere: hæc autem tempora ex Planetarum duntaxat motibus, qui ad Astronomiam pertinent, cognosci possunt.*

Quartò, *maximè etiam necessariæ sunt ad Philosophiam Naturalem, Moralem, Dialecticam & reliquas huius generis doctrinas artesq; perfectè acquirendas: omnia enim volumina antiquorum Philosophorum, maximè Aristotelis & Platonis, eorumq; ferè omnium Interpretum exemplis mathematicis sunt referta, eam potissimum ob causam, ut ea, quæ alioquin multis obstructa difficultatibus videbantur esse, per exempla hujusmodi clariora magisq; perspicua fierent, quæ procul dubio nullâ ratione percipiet is, qui Scientiarum mathematicarum omninò est expers. Plato in Philebo omnes disciplinas sine Mathematicis viles esse asserere non dubitavit. Idem in 7. de Repub. præcipit, Mathematicas disciplinas primò omnium addiscendas esse, propter varias ac multiplices earum utilitates, non solùm ad reliquas artes rectiùs percipiendas, verùm etiam ad Rempub. benè administrandam. Ibidem etiam affirmat, præcipuè Arithmeticos naturâ ad omnes doctrinas aptos esse idoneosq;, adeò ut etiamsi nullam aliam nobis hæ scientiæ afferrent utilitatem, perdiscendas tamen omni studio eas esse statuat, quòd ingenium mentemq; ad reliquas artes omnes capessendas aptiorem reddant & acutiorem: quod quidem experientiâ ipsâ comprobatur. Videmus enim eos, quorum ingenium facilè & nullo negotio hisce disciplinis accommodatur, fructus non exiguos ex aliis scientiis percipere: quare meritò Plato in suis Scriptis iterùm atq; iterùm eas nobis commendat, & omnis eruditionis*

ingenuæ

ingenua viam appellat. Ad has utilitates accedit etiam maxima jucunditas atque voluptas, qua cujusque animus his artibus colendis exercendisque perfunditur. Sunt enim hæ præcipuæ ex septem artibus liberalibus, in quibus non solùm ingenui adolescentes, verùm etiam Imperatores, Reges, Principes ad honestissimam maximèque liberalem oblectationem animi, quam summâ etiam cum utilitate conjunctam pariunt, diu multumque versari solebant.

Cæterùm, quanta sit horum Elementorum Geometricorum præstantia atque utilitas, partim ex hactenùs dictis constat, partim ex sequentibus percipi potest. Dicuntur elementa Geometrica eam ob causam, quòd sine ipsis nullum opus Mathematicum possimus aggredi, ne dicam fructum aliquem inde percipere. Omnes enim Scriptores Mathematici in suis demonstrationibus usurpant Euclidis elementa tanquam principia omnibus jam diu perfecta atque demonstrata. Quamobrem sicut is, qui legere vult, elementa literarum discit prius, & illis assiduè repetitis utitur in vocibus omnibus exprimendis: sic qui alias disciplinas Mathematicas sibi familiares reddere desiderat, elementa hac Geometrica plenè ac perfectè calleat prius necesse habet. Ex his enim veluti fonte uberrimo omnis longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum; omnis agrorum, montium, Sylvarum dimensio atque divisio; omnis in cœlo per instrumenta syderum observatio; omnis horologiorum Sciothericorum compositio; omnis machinarum vis & ponderum ratio; omnis apparentiarum variarum, qualis cernitur in speculis, in picturis, in aquis & in aëre variè illuminato, diversitas manat. Ex his machinæ totius hujus mundanæ est inventum medium atque centrum, inventi cardines, circa quos perpetuò convertitur; orbis denique totius explorata figura ac quantitas, & his similia sexcenta alia.

Hæc cùm ita sint, PerIllustres ac Generosissimi Domini, Domini clementes, meritò Disciplinas Mathematicas, & inprimis Elemẽta hæc Geometrica, vobis commendata habebitis, iisque sedulò invi-

invigilabitis, quod hactenus præstitistis laudabiliter, in iisq; progressus fecistis haud contemnendos, ita ut nunc facili negotio & magno cum fructu ad quemvis Mathematicum Scriptorem accedere possitis. Et quoniam de his ipsis Elementis Geometricis me differentem hactenus clementer audire dignati estis, multis etiam insuper beneficiis affecistis, quæ nec compensare quidem, ne dicam reddere mihi integrum sit: observantiæ tamen & gratitudinis testificandæ gratiâ chartaceum hocce munusculum, cùm nihil mihi suppetat aliud, extare, illudq; Generositati Vestræ submissè offerre volui; obnixè rogans, ut oblationem hanc & benignâ fronte suscipere, & me contra Zoilorum iniquas allatrationes, utpote sub cujus patrocinio hæc in publicam lucem proferuntur, clementer tueri, meq; in posterum, sicut hactenus, suâ gratiâ fovere velit: Deum Opt. Max. ardentibus invocans precibus, ut Generositatem Vestram incolumen & ab omni adversitate immunem quàm diutissimè conservet. Scriptum Argentorati, die Solstitij æstivi Anno 1620.

GGG. VVV.

Subjectissimus

M. Eberhardus Welper.

Digitized by Google

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM

Pars prior.

Caput I.

De Geometriæ Definitione, Objecto & Divisione.

GEOMETRIA est ars benè metiendi. *Benè autem metiri est rei cujusq; mensurabilis naturam, vim atque proprietatem considerare, aut ejus quantitatem certâ aliquâ famosâ mensurâ exprimere.*

Objectum Geometriæ, *sive res ad benè metiendum proposita*, est MAGNITUDO.

Magnitudo est quantitas continua.

Continuum est, cujus partes communi termino continentur.

Terminus est magnitudinis extremum. *Itaq; magnitudo infinitè & creatur, & continetur, & secatur iisdem, quibus terminatur.*

Magnitudinis principium & finis est punctum: *principium quidem in compositione; finis verò in resolutione Magnitudinis.*

Punctum est signum in magnitudine individuum.

Differt Geometria à Geodæsia, *quia* illa *versatur circa* τὰ νοητὰ intelligibilia; hæc *verò circa* τὰ αἰσθητὰ, sensibilia.

Illa *theoretica est, hæc practica.*

Illa *dividitur in* DATA & QUÆSITA, *hoc est, in magnitudinis ejusq; specierum definitiones, & affectionum seu proprietatum explicationes* : Hæc *verò* in Euthymetriam, Planimetriam & Stereometriam, *quia proposita magnitudinis materiata quantitatem notâ quâdam mensurâ exprimit*.

De illa *in hoc Tractatu agemus* ; *de* hac *verò peculiarem brevi in lucem emittemus libellum*.

CAPUT II.

De affectione Magnitudinis.

IN magnitudine considerantur *Affectiones & Species.*

Affectiones magnitudinis sunt vel *à numeris*, vel *à seipsis*.

A numeris est *Symmetria & Ratio* : à *seipsis Congruentia* & *Adscriptio*.

Magnitudines symmetra (ut A, B,) *sunt*, quas eadem mensura (C) exactè metitur : *Asymmetra* (D, E,) contrà, quas eadem mensura (F) non exactè metitur. *Possunt tamen magnitudines ratione unius quidem mensura esse symmetra* ; *ratione verò alterius asymmetra, & contrà*.

Rationales (A, B,) *sunt*, quarum ratio est explicabilis numero datæ mensuræ (C:) *irrationalis* (D,E,) contrà.

Magnitudines congrua (GG, HH,) *sunt*, quarum partes applicatæ partibus æqualem locum occupant.

Magnitudines igitur congrua sunt aquales.

Magnitudines adscripta (I, K,) *sunt inter se*, quando unius termini alterius terminis terminantur : *qua intra est, dicitur* inscripta, *qua extra*, circumscripta : *unde adscriptionis dua sunt species*, Inscriptio & Circumscriptio.

CA-

Digitized by Google

Caput III.

De Magnitudinis speciebus, & primò de Linea.

MAGNITUDO *est* Linea, *aut* Lineatum.

Magnitudo comprehenditur vel sub *una*, vel *duabus*, vel *tribus* dimensionum speciebus. *Dimensionum autem species sunt* Longitudo, Latitudo & Profunditas.

Linea (A) itaque magnitudo est tantùm longa, *hoc est, unicam tantùm dimensionem habens*.

Lineæ termini sunt puncta.

Lineæ considerantur vel *simpliciter & per se*, vel *comparatè & inter se*.

Simpliciter considerata, sunt vel rectæ, vel curvæ.

Linea recta (B) est, quæ intra suos terminos æqualiter interjacet: *curva* (C) contrà, quæ inæqualiter. *Itaq; recta est brevissima inter eosdem terminos, & rectâ rectior dari non potest, ac proinde inter eosdem terminos est unica & singularis. Hujus describendæ instrumentum geometricum est Regula* (D) Curvæ verò, cùm inæqualiter suos intra terminos interjaceãt, variant: ita ut vel *simpliciter curvæ* sint, vel *variæ*.

Linea simpliciter curva est peripheria; *varia* verò helix.

Peripheria (E) est linea curva, quæ distat æqualiter à medio comprehensi spatij. *Itaq; peripheria fit conversione lineæ rectæ, altero termino quiescente, altero lineante. Hujus describendæ instrumentum est circinus* (F.)

Helix est linea curva, quæ distat inæqualiter à medio utcunque comprehensi spatij: *Talis est linea flexuosa* (G) *Conchalis vel Spiralis* (H) *Ovalis* (I.)

Linea curva tangitur à *recta* vel *curva*, quando ambæ

Digitized by Google

ita concurrunt, ut continuatæ non interſecentur: *itaq; tactus fit unico puncto* (K.)

Lineæ inter ſe comparatæ, ſunt vel *perpendiculares*, vel *obliquæ* ſive *inclinatæ*, vel *parallelæ*.

Perpendiculares ſive *lineæ inter ſe rectæ* (L) ſunt, quarum altera in alteram incidens, æqualiter interjacet: *Harum inſtrumentum* (M) *Norma dicitur: Obliquæ* vel *inclinatæ* (N) contrà. *Itaq; ſi recta eſt perpendicularis rectæ, eſt ab eodem termino & eadem parte ſingularis.*

Lineæ parallelæ (O) ſunt, quæ ubiq; diſtant æqualiter.

Itaq; lineæ eidem parallelæ ſunt, inter ſe parallelæ.

Caput IV.

De Lineato, & primùm de Angulo.

Lineatum eſt magnitudo plus quàm longa, è lineis conſtans. *Itaq;* termini lineatorum ſunt lineæ.

Lineatum eſt vel *Angulus*, vel *Figura*.

Angulus eſt lineatum in communi ſectione terminorum indirectorum.

Termini comprehendentes angulum dicuntur *crura* anguli.

Angulus eſt vel *homogeneus*, vel *heterogeneus*.

Homogeneus eſt, qui ex ejuſdem generis cruribus conſtat, ſive duobus rectis (A) ſive duobus obliquis (B.) *Heterogeneus* (C) contrà, qui mixtis, hoc eſt recto & curvo ſimul conſtat.

Angulus homogeneus alius eſt *rectus*, alius *obliquus*.

Rectus (D) eſt, cuius crura ſunt inter ſe recta ſive perpendicularia, & hi omnes inter ſe ſunt æquales: *ut enim lineâ rectâ, ſic & angulo recto rectiorem dare non poſſumus. Atq; Norma in-*

Digitized by Google

ma instrumentum est linea recta super rectam in eodem plano rectè erigendæ sive angulum rectum conformandi.

Angulus obliquus est, cujus crura inter se non sunt ad perpendiculum erecta: Estque vel *obtusus* vel *acutus*.

Obtusus (E) est obliquus angulus maior recto.

Acutus (F) verò est obliquus angulus minor recto.

Caput V.

De Figura.

Figura est lineatum undique terminatum. *Ejus genera duo sunt*, Superficies & Corpus.

In figura considerantur *partes* & *Affectiones*.

Partes sunt, Centrum, Perimeter, Radius, Diameter, Altitudo.

Centrum (A) est punctum in figura medium.

Perimeter (B) est comprehensio figuræ.

Radius (C) est recta à centro ad perimetrum.

Diameter (D) est recta inscripta figuræ per centrum.

Itaq; diametri in eadem figura sunt infinita: Et centrum figuræ est in diametro ac proinde etiam in concursu diametrorum.

Altitudo est perpendicularis à vertice figuræ in basin: *& hac cadit vel intra figuram* (E) *vel extra figuram* (F) *in basin prolongatam.*

Affectiones figurarum considerantur vel in *una figura*, vel in *duabus*.

In una figura consideratur *Ordinatio, Primatus & Ratio.*

Figura ordinata (G) est figura æquitermina & æquiangula. *Itaq; in omni figurarum genere una est ordinata, reliquæ omnes inordinatæ.*

Figura prima est figura in alias simpliciores individua:

Talis est in planis rectilineis Triangulum(H:)*in solidis planis Pyramis.*

Figura rationalis(I)est quæ comprehenditur à basi & altitudine rationabilibus inter se: irrationalis contrà. *Itaq; numerus figuræ rationalis figuratus dicitur, & numeri unde fit, latera figurati vocantur.*

Affectiones *duarum figurarum* considerantur ratione *Isoperimetrorum, proportione Primarum* & *Similitudine.*

Figuræ Isoperimetræ(K) sunt figuræ, æquales perimetros vel ambitus habentes.

Ex figuris isoperimetris homogeneis ordinatior est maior: ex heterogeneis verò ordinatis terminatior est maior: omnium autem capacissima est circuli area.

Si *figuræ primæ*(L) sive æquè multiplices à primis(M) sunt æquè altæ, sunt ut bases, & contrà. *Itaq; si sunt in basi æquali, sunt æquales.*

Si *figuræ primæ* sunt reciprocæ basi & altitudine, sunt æquales; & contrà.

Figuræ similes(N) sunt figuræ æquiangulæ & proportionales cruribus æqualium angulorum.

Figuræ complentes locum (O) sunt æquiangulæ, quæ circa idem punctum, quolibet modo collocatæ, nihil inane relinquunt: & angulis suis in illo puncto concurrentibus angulos quatuor rectis æquales efficiunt. *Itaq; quatuor quadrata, tria sexangula æquilatera & sex triangula æquilatera locum complebunt.* Præter has tres non possunt aliæ dari figuræ locum complentes; ratio patet apud Clavium in fine lib.4. comment.in Euclidem.

CAPUT VI.

De primo figurarum genere, Superficie, ejusq; prima specie, nempè Triangulo.

Figurarum genera duo sunt, *Superficies* & *Corpus*.

Superficies est magnitudo & longa & lata, *hoc est, duas tantùm dimensiones habens.*

Superficiei *termini* sunt lineæ.

Superficies alia est *plana*, alia *gibba*.

Superficies plana est, quæ æqualiter intra suos terminos interjacet: gibba contrà.

Superficies planæ sunt vel *rectilinea* vel *curvilinea*.

Superficies plana rectilinea est, quæ rectis comprehenditur lineis.

Hujus species sunt Triangulum & Triangulatum.

Triangulum est quod comprehenditur à tribus lineis rectis. *Itaq; si termini duarum rectarum angulum comprehendentium rectâ quâdam connectantur, constituetur triangulum.* Et triangulum est prima figura rectilinearum.

Triangulum consideratur vel *ratione laterum*, vel *ratione angulorum*.

Ratione laterũ, aliud est Isopleuron, aliud Isosceles, aliud Scalenum.

Isopleuron (A) sive æquilaterum est, quod tribus constat lateribus inter se æqualibus.

Isosceles (B) sive æquicrurum, quod duo duntaxat habet latera æqualia.

Scalenum (C) sive varium, cujus tria latera sunt inæqualia.

Ratione

Digitized by Google

Ratione angulorum, aliud eſt triangulum *Rectangulum*, aliud *Obliquangulum*.

Triangulum rectangulum (D) aliàs orthogonium dictum, eſt, quod unum habet angulum rectum.

Triangulum obliquangulum eſt, quod omnes habet angulos obliquos; eſtque vel *Obtuſangulum* vel *Acutangulum*.

Obtuſangulum (E,) amblygonium aliàs, eſt, quod unum angulum habet obtuſum.

Acutangulum (F,) aliàs Oxygonium, eſt, quod omnes angulos habet acutos.

Notandum hîc, quod in omni triangulo, ſi latus unum feceris baſin, reliqua, crura vocentur: in ſpecie tamen in orthogonio ſive rectangulo (G,) latus (b) angulo recto (a) oppoſitum Hypotenuſa vocatur: è reliquis verò alterum, quod in imo jacet (d,) Baſin, alterum (c,) Cathetum ſive perpendicularem appellare ſolemus.

CAPUT VII.

De Triangulato & Parallelogrammi partibus.

TRiangulatum eſt figura rectilinea è triangulis compoſita, quæque in eadem reſolvi poteſt; *ac triangulati latera ſunt binario plura triangulis*.

Genera Triangulatorum duo ſunt, *Quadrangulum* (A) & *Multangulum* (B.)

Quadrangulum (A) eſt, quod comprehenditur à quatuor lineis rectis. Eſtque vel *Parallelogrammum*, vel *Trapezium*.

Parallelogrammum (A) eſt quadrangulum lateribus oppoſitis parallelum.

In pa-

Digitized by Google

In Parallelogrammo (C) confiderantur *Partes* & *Species*.

Partes funt *Diagonalia* (D,) *Complementa* (E) & *Gnomones* (F:) *Omne namq; Parallelogrammum conftat è binis & Diagonalibus, & Complementis, & Gnomonibus.*

Diagonale eft particulare parallelogrammum communis anguli & diagonij cum toto Parallelogrammo.

Complementum eft particulare parallelogrammum à coterminis Diagonalium lateribus comprehenfum.

Gnomo eft alterum Diagonale cũ duobus Complemẽtis.

Cap. VIII.

De Speciebus Parallelogrammi, Trapezio & Multangulo.

Parallelogramma diftinguuntur vel ratione *Angulorum*, vel ratione *Laterum*.

Ratione Angulorum, aliud eft *Rectangulum*, aliud *Obliquangulum*.

Parallelogrammum *Rectangulum* (A, B) eft, quod omnes angulos rectos habet: *Obliquangulum* (C, D) contrà, quod omnes obliquos habet.

Ratione Laterum, aliud eft *Aequilaterũ*, aliud *Inæquilaterũ*.

Parallelogrammum rectangulum *æquilaterum* vocatur Quadratum (A:) *inæquilaterum* verò oblongum (B.)

Parallelogrammum obliquangulum *æquilaterum* eft Rhombus (C:) *inæquilaterum* verò Rhomboides (D.)

Trapezium (E) eft quadrangulũ non parallelogrammũ.

Triangulatum Multangulum (F) eft, quod pluribus quàm quatuor lineis rectis comprehenditur, ut Quinquangulum, Sexangulum, Octangulum &c. *In quolibet autẽ Multanguli genere unum ordinatum eft, reliqua inordinata.*

Caput IX.

De Figuris sive Superficiebus planis curvilineis, & in specie de Circulo.

HActenùs figurarum planarum rectilinearum varietas explicata fuit; sequitur nunc *Geometria curvilinearum*, inter quas principem locum occupat *Circulus*.

Figuræ planæ curvilineæ sunt vel *Simplices*, vel *Mistæ*.

Figura plana curvilinea *simplex* unica est & singularis, *Circulus* (A;) qui definitur figura plana & rotunda sub una lineâ comprehensa, ad quam ab uno puncto eorum, quæ intra figuram sunt, cadentes omnes rectæ lineæ inter se sunt æquales: illud verò punctum (B) circuli centrum appellatur.

In circulo considerantur *Lineæ* & *Segmenta*.

Lineæ sunt vel *Inscriptæ*, vel *Tangentes*.

Inscriptæ sunt *Diameter* & *Adiameter*.

Diameter (C) est recta inscripta circulo per centrum, & utrinq; in peripheriâ terminata, circulum bifariam secās.

Adiameter (D) est recta inscripta circulo non per centrū, & utrinque in peripheriâ terminata.

Tangentes (E) sunt, quæ cum circulum tangant, etsi producantur, eum tamen non secant.

Segmenta circuli sunt *Sector* & *Sectio*.

Sector est segmētum intus comprehensum à recta linea duplici, faciēte angulū vel in *centro* (F) vel in *peripheria*. (G)

Sectio est segmentum circuli intus comprehensum ab una recta, quæ basis sectionis dicitur. Estque vel *Semicirculus*, (H) vel *Major* (I) vel *Minor* (K) semicirculo.

Similia circuli Segmenta (L) sunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter se sunt æquales: dissimilia contrà.

Figu-

Figura plana curvilinea *mista* est, quæ inæqualiter distat à medio comprehēsi spatij, ut Ovalis, Lenticularis & terminata lineis obliquis mistis, de quibus supra cap. 3.

Caput X.

De Superficiebus gibbis.

Gibba *Superficies* est, quæ inæqualiter intra suos terminos interiacet. Estque vel *Sphærica*, vel *Varia*.

Superficies gibba *Sphærica* (A) est, quæ undique distat æqualiter à centro comprehensi spatij: *fitq; conversione semiperipheriæ* (B) *manente diametro.* (C)

Superficies gibba *Varia* est, cuius basis est peripheria; latus verò recta à termino verticis in terminum basis tendens. Estque vel *Conica*, vel *Cylindracea*.

Conica (D) est, quæ à subiecta peripheria æqualiter fastigiatur ad verticem: *fitq; conversione rectæ* (E) *circa subjectam peripheriam, altero termino in vertice quiescente.*

Cylindracea (F) est, quæ à subiecta peripheria ad sublimem æqualem & æquidistantem peripheriam æqualiter erigitur: *fitq; conversione lateris* (G) *circa duas peripherias æquales & æquidistantes.*

Caput XI.

De Corpore, & in specie de Pyramide.

Hucusque de duabus magnitudinis speciebus, *Linea & Superficie*, egimus: sequitur nunc ut de tertia, *Corpore* videlicet, aliquid quoque agamus.

Definitur autem *Corpus* magnitudo longa, lata & profunda, *hoc est, omnes tres dimensiones habens.*

Atque ut puncta Lineam, lineæ Superficiem; ita nunc superficies Corpus terminant, eiusque extrema existunt.

Axis corporis est diameter, circa quam convertitur, axisq; termini *Poli* sunt, puncta videlicet axin terminantia.

Corpus, aliàs Solidum, aliud est *Planum*, aliud *Gibbum*.

Corpus planum est, quod comprehenditur à superficiebus planis: *illæ verò superficies speciali nomine* Hedræ *vocantur*.

Corpus planum est vel *Pyramis* vel *Pyramidatum*.

Pyramis est corpus planum à basi rectilinea ad verticem usque æqualibus triangulis fastigiatum. *Itaq; Pyramidis hedra sunt unâ plures angulis in basi.* Et Pyramis est prima figura solidarum planarum.

Pyramis est vel *æquitermina*, vel *inæquitermina*.

Pyramis *æquitermina* (A) est, quæ comprehenditur à quatuor trigonis isopleuris: inde Tetraëdrum ordinatum vocatur. *Ergò si quatuor triangula ordinata & æqualia* (B) *solidis angulis componantur, comprehendent* Tetraëdrum.

Tetraëdrum latera habet sex, angulos planos duodecim, solidos quatuor.

Pyramis *inæquitermina* (C) est, quæ quatuor quidem trigonis, sed non isopleuris, continetur. *Huic etiam annumerari possunt Pyramides cum basi quadrangula vel multangula, à laterum numero in basi nomen acquirentes*, ut Pyramis cum basi quadrata, (D) oblonga, (E) quinquangulari, (F) sexangulari (G) &c.

CAPUT XII.

De Pyramidato, & in specie de Prismate.

Pyramidatum est Solidum sive Corpus planum è Pyramidibus compositum. Estque vel *Prisma* vel *Polyëdrum mistum*.

Prisma

Prisma est pyramidatum, cuius duo opposita plana sunt æqualia, similia & parallela; reliqua parallelogramma. *Itaque hedræ Prismatis sunt binario plures angulis in basi.*

Prisma est vel *Pentaëdrum* vel *Pentaëdratum.*

Prisma *pentaëdrum* (A) est, quod quinque constat hædris: *& hoc simpliciter prisma dicitur.*

Prisma *pentaëdratum* est, quod è pentaëdris est compositum. Estque vel *Hexaëdrum* vel *Polyëdrum.*

Pentaëdratum *hexaëdrum* est, quod sex hedris quadrangulis continetur: Estque vel *Parallelepipedum* vel *Trapezium.*

Hexaëdrum *parallelepipedum* est, cuius opposita plana sunt parallelogramma: Estque vel *Rectangulum*, vel *obliquangulum.*

Parallelepipedum *rectangulum* est, quod hedris rectangulis comprehenditur: Estque vel *Cubus*, vel *oblongum.*

Cubus (B) est parallelepipedum rectangulum sex æqualium hedrarum, unde Isoëdrum vocatur. *Itaq; si sex quadrata æqualia* (C) *solidis angulis componantur, comprehendent Cubum.*

Cubi latera sunt duodecim, anguli plani 24. solidi octo.

Oblongum (D) est parallelepipedum rectangulum inæqualium sex hedrarum: *vel* quod duobus quadratis æqualibus & quatuor parallelogrammis rectangulis itidem æqualibus continetur.

Parallelepipedum *obliquangulum* est, quod hedris obliquangulis comprehenditur: Estque vel *Rhombus* vel *Rhomboides.*

Rhombus (E) est parallelepipedum obliquangulum sex æqualium hedrarum.

Digitized by Google

Rhomboides (F) est parallelepipedum obliquangulum inæqualium sex hedrarum: *vel* quod à duabus superficiebus quadratis obliquangulis æqualibus, & quatuor parallelogrammis oblongis itidem æqualibus comprehenditur.

Trapezium (G) est hexaëdrum, cuius hedræ neque parallelæ sunt, neque æquales.

Prisma pentaëdratum *Polyëdrum* est, quod pluribus quam sex hedris inæqualibus comprehenditur: *quale est Prisma quinquangulæ* (H) *sexangulæ* (I) *octangulæ &c. basis.*

Caput XIII.

De Polyëdro misto.

HActenùs de *Prismate*, nunc de *polyëdro misto*.

Polyëdrum mistum est pyramidatum, quod pluribus quàm sex hedris constat. Estque vel *Ordinatum* vel *Inordinatum*.

Polyëdrum mistum *ordinatum* est, quod omnes superficies habet æquales & æquiterminas. Estque vel *Triangulæ* basis, vel *Quinquangulæ*.

Polyëdrum mistum ordinatum *triangulæ basis*, est pyramidatum è pyramidibus ordinatis compositum, vertice suo in centro coëuntibus, & sola basi ordinata eminentibus: Estque vel *Octaëdrum* vel *Icosaëdrum*.

Octaëdrum (A) est polyëdrum mistum ordinatum, quod ab octo pyramidibus ordinatis, vertice suo in centro coëuntibus & sola basi æquitermina eminentibus, comprehenditur. *Itaq; si octo triangula æquilatera & æqualia* (B) *solidis angulis componantur, constituent Octaëdrum.*

Octaëdri latera sunt 12. anguli plani 24. solidi 6.

Ico-

Icosaëdum (C) est polyëdrum mistum ordinatum, quod à viginti pyramidibus ordinatis, vertice suo in centro coëuntibus,& sola basi æquitermina eminentibus, comprehenditur. *Itaq; si viginti triangula ordinata & æqualia* (D) *solidis angulis componantur, comprehendent Icosaëdrum.*

Icosaëdri latera sunt 30. anguli plani 60. solidi 6.

Polyëdrum mistum ordinatum *quinquangulæ basis* est, quod à 12. quinquangulis ordinatis & æqualibus comprehenditur, ac in specie Dodecaëdrum (E) vocatur. *Itaq; si duodecim quinquangula ordinata & æqualia* (F) *solidis angulis componantur, comprehendent Dodecaëdrum.*

Dodecaëdri latera sunt 30. anguli plani 20. solidi 12.

Polyëdrum mistum *inordinatum* est, quod omnes superficies habet partim æquales & inæquales, partim æquiterminas & inæquiterminas, aliàs quoque Irregulare dictũ. *Talia sunt corpora plana omnia, exceptis quinq; ordinatis & regularibus hactenùs expositis*, Tetraëdro *videlicet*, Cubo, Octaëdro, Icosaëdro, Dodecaëdro. *Ratio cur non plura dari possint, patet apud Ramum in Geometria sua libro 25. circa finem. Et apud Clavium in fine Comment, lib. 13. Euclidis.*

Caput XIV.

Hucusque de Corporibus *planis*, nunc de *gibbis*.

Corpus sive solidum gibbum est, quod comprehenditur à superficie gibba. Estque vel *Sphæra*, vel *Varium.*

Sphæra (A) est corpus gibbum rotundum, factum conversione semicirculi, (B) manente diametro.

Qua autem ratione Sphæra sive Globus ritè confectus papyro obducendus sit, ex figura (C) *apparet, & hujus rei præcepta legantur apud Henricum Glareanum cap. 19. Geographiæ, & Josephum Langium cap. 89. Geograph.* Va-

Varium est corpus gibbum, quod comprehenditur à superficie varia & basi circulari. Estque vel *Conus*, vel *Cylindrus*.

Conus est corpus varium, quod à conica superficie & basi circulari comprehenditur: *fitq; conversione trianguli rectanguli, manente altero crure circa rectum angulum.* Estque vel *Rectangulus*, vel *Obliquangulus*.

Conus *rectangulus* (D) fit, si crus manens æquale fuerit converso.

Conus *obliquangulus* est vel *Acutangulus*, vel *obtusangulus*.

Conus (E) *acutangulus* fit, si crus manens majus est converso.

Conus *obtusangulus* (F) fit, si crus manens minus est converso.

Cylindrus (G) corpus varium est, quod à Cylindracea superficie & oppositis basibus circularibus comprehenditur: *fitq; conversione parallelogrammi rectanguli, altero latere quiescente.*

Finis partis prioris.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM Pars posterior.

S*Uprà Capite primo dictum fuit,* Geometriam *dividi in* DATA *&* QUÆSITA, *hoc est, in Magnitudinis, ejusq; specierum definitiones & affectionum seu proprietatum explicationes. Cùm igitur hactenùs* DATA, *Magnitudinis scilicet ejusq; specierum definitiones ac divisiones, exposita fuerint; ordinis nunc ratio postulat, ut de* QUÆSITIS, *Magnitudinis scilicet ejusq; specierum fabrica, affectionibus & proprietatibus etiam agamus.*

Optimè autem nos facturos speramus, si QUÆSITA *illa ex* Euclide *Geometrarum Coryphæo petamus, hoc est, propositiones, quas ille in Libris suis Geometricis habet, proponamus, sicq; Geometriæ Studiosis januam ad Euclideas Scholas aperiamus, quò in iis feliciter pergere, ac magnos aliquando exinde fructus percipere queãt.*

Euclides *itáq;* Volumen *scripsit* Geometricum, *quod titulo Elementorum Geometricorum insignitur, ac quindecim libris absolvitur, totam Geometriæ materiam complectens. Ex his Libri sex priores & sex posteriores Geometrici sunt; reliqui verò & intermedij tres Arithmetici.*

Primi sex Planimetriam, *affectiones scilicet & proprietates Linearum & Superficierum explicant: posteriores quinq;* Stereometriam, *Corporum videlicet affectiones ac proprietates exponũt: decimus verò de lineis ac magnitudinibus commensurabilibus & incommensurabilibus agit.*

De libris Arithmeticis, sicut etiam de sex posterioribus, hac in parte nihil agemus, sed tantùm sex priores proponemus, qui pro Tyronibus hujus artis sufficiunt, hisq; ritè perceptis & ipsi ad reliquos illos legendos proprio Marte feliciter progredi poterunt.

C

Digitized by Google

Eam autem in cuiusq; Libri tractatione observabimus Methodum, ut primò *indicaturi simus, quid Euclides in illo libro agat.* Secundò *quas habeat Definitiones, Postulata & Axiomata.* Tertiò *quot in quolibet sint Propositiones, quotq; inter illas Problemata & Theoremata.* Quartò *priori loco Problemata, posteriori Theoremata proponemus.*

Cúmq; hac ratione ordo Propositionum Euclidearum necessariò invertendus sit, annotabimus quoq;, quota qualibet juxta Euclidis dispositionem Propositio sit, quò faciliùs in ipso Authore inveniri, isq; hac ratione Geometria Studiosis eò familiarior fieri queat.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS Liber primus.

P*Rimi libri materia est* Linea recta, Angulus rectilineus, Triangulum & Parallelogrammum.

Materia hac digesta est in 48. Propositiones, quibus præmissa sunt tria Principiorum genera, Definitiones, Postulata & Axiomata.

DE DEFINITIONIBUS.

Definitiones, *libri materiam definientes, hoc in loco 36. recensentur, ut quid sit Punctum, quid Linea, & Superficies, ac quotuplices, &c. Hæc verò cùm ex hactenùs dictis & prima Geometriæ hujus parte satis superq; cognita sint, non est ut cum tædio repetamus, sed Lectorem eò remittimus, ubi sanè plura inveniet, quàm Euclides hoc in loco habet, ac æquè necessaria.*

DE POSTULATIS.

Postulatum, *est propositio immediata, in qua petitur aliquid, quod factu est facile & nulla indiget varia aut prolixa delineatione, ideòq; fabricam è definitione subjecti derivatam postulat.*

Talia

Talia sunt tria.

Primum. Postuletur ut à quovis puncto ad quodvis punctum rectam lineam ducere concedatur. *Operatio fit per regulam, applicando illam datis duobus punctis & ab uno ad alterum lineam ducendo.*

Secundum. Postuletur rectam lineam terminatam in continuum rectà producere. *Operatio instituitur applicando lineæ datæ regulam eamq; hoc modo prolongando.*

Tertium. Postuletur quovis centro ac intervallo circulum describere. *Operatio perficitur per circinum, eius crura ad datum intervallum extendendo hacq; ratione taliq; radio peripheriam delineando.*

DE AXIOMATIBUS.

Axioma *seu communis sententia vel communis notio est propositio immediata, quæ per se manifesta est, it aut quivis sanâ mente præditus eam intelligat, veramq; esse cognoscat, itaq; nullâ demonstratione indiget.*

Talia sunt duodecim.

Primum. Quæ eidem æqualia sunt, ea inter se sunt æqualia.

Secundum. Si æqualia æqualibus fuerint adiecta, tota sunt æqualia.

Tertium. Si ab æqualibus auferamus æqualia, quæ relinquuntur sunt æqualia.

Quartum. Si inæqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.

Quintum. Si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

Digitized by Google

Sextum. Quæ ejusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia.

Octavum. Quæ sibi mutuò congruunt, ea inter se sunt æqualia.

Nonum. Totum majus est suâ parte.

Decimum. Omnes anguli recti sunt inter se æquales.

Undecimum. Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos ad easdemque partes angulos duobus rectis minores faciat: duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ sibi mutuò incident ad eas partes, ubi sunt anguli duobus rectis minores.

Duodecimum. Duæ rectæ lineæ aream non comprehendunt. *Hisce Christophorus Clavius, acutissimus in Euclidem Commētator, alia quædam addit, quæ Studiosis ex ipso petere licet.*

DE PROPOSITIONIBUS.

Propositio *est sententia, quæ principia sequitur, & ex iisdem demonstratur atq; concluditur.* Vel *Propositio est sententia fabricam vel propriam subjecti affectionem proponens: fidem Veritatis & approbationem ex principiis vel propositionibus prioribus requirens.*

Propositio alia est Problema, *alia* Theorema.

Problema, *subjecti fabricam proponens, est propositio seu demonstratio, quæ jubet ac docet aliquid constituere:* vel *in qua nobis aliquid ad agendum proponitur:* vel *quæ opus post se relinquit, cujus etiā* finis *est* Operatio. *Problematis verò demonstratio clauditur semper his verbis,* quod faciendum erat.

Theorema, *subjecti affectionem docens, est propositio vel demonstratio, quæ solùm passionem aliquam vel proprietatem unius vel plurium simùl quantitatum perscrutatur.* Finis *ejus est* Contemplatio *seu* cognitio. *Hujus demonstratio finitur his verbis,* quod demonstrandum erat.

Partes

Digitized by Google

Partes Problematum ac Theorematum sunt duæ; Subjectum *sive* Datum, *&* Prædicatum *sive* Quæsitum.

Subjectum, *τὸ διδόμενον est prima pars Problematis vel Theorematis, & res subiecta, de qua aliquid proponitur vel quæritur.*

Prædicatum, *τὸ ζητούμενον, est altera pars Problematis vel Theorematis, quæ vel constituere aliquid aut agere præcipit, vel passionem aliquam aut proprietatem Dati explicat.* Atque hæ partes in quibusdam propositionibus simplices sunt, in aliquibus verò conjunctæ.

DE METHOTO DEMONSTRANDI Propositiones.

In demonstrandis propositionibus Geometræ utuntur Methodo quinq; plerunq; partium.

Prima *est ἡ ἔκθεσις, Expositio dati Subiecti in abacum.*

Secunda *est ὁ διορισμὸς, Determinatio optatæ fabricæ vel affectionis affirmatæ.*

Tertia *est ἡ κατασκευὴ, Delineatio & apparatus eorum, quæ subiecto desunt ad Quæsiti investigationem & inventi demonstrationem.*

Quarta *est ἡ ἀπόδειξις, Demonstratio veritatis fabricæ vel affectionis affirmatæ.*

Quinta *est τὸ συμπέρασμα, Conclusio, quæ ad ipsam redit Propositionem, eamq; confirmatam & demonstratam jam esse colligit.*

Verùm hæc demonstrandi methodus non semper habet omnes hasce partes: interdum enim deest *ἡ κατασκευὴ*, interdum *ἡ ἔκθεσις καὶ διορισμός.*

Propositiones libri primi Element: Geometricorum Euclidis sunt in universum 48. inter quas Problemata *numerantur* 14. Theoremata *verò* 34.

Digitized by Google

PROBLEMATA.

I. *Propositio* 1.

SUper datam rectam finitam (A B) triangulum æquilaterum (A B C) constituere.

Hoc in problemate Methodi partes sequemur, ut artis hujus Tyrones videre possint, quomodo in aliis procedendum sit: in reliquis verò eas omittemus, aut saltem τὴν κατασκευὴν *vel* τὴν ἀπόδειξιν *apponemus.*

Ἡ ἔκθεσις. *Esto recta finita A B.*

Ὁ διορισμός. *Conformandum est super eam triangulum æquilaterum.*

Ἡ κατασκευή. *Circa terminum primum A, data recta A B, radio æquante datam rectam A B, describatur peripheria prima:* deinde *circa terminum secundum B, radio eodem, describatur peripheria secunda;* Tertiò *à concursu sive sectione peripheriarum C, ad terminos A & B, data recta A B, ducantur recta C A, & C B: Ajo nūc super datam rectam finitam constitutum esse triangulum æquilaterum, A B C.*

Ἡ ἀπόδειξις. *A centro prima peripheria A, exeunt duo radij æquales, nempè qui in sectione peripheriarum terminatur est æqualis data recta. Et à centro secunda peripheria B, exeunt quoq; duo radij æquales, nempè qui in sectione peripheriarum terminatur est æqualis data recta: qua autem eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia, per axioma primum. Ergò radij amborum circulorum in communi peripheriarum sectione terminati inter se sunt æquales, & omnes tres æquales conformant triangulum æquilaterum.*

Τὸ συμπέρασμα. *Est igitur super datam rectam finitam A B, constitutum triangulum æquilaterum, quod faciendum erat.*

Breviùs, quod hæc propositio docuit, expedire.

Si dua æquales peripheria à terminis data recta A B, eiusq; intervallo

tervallo concurrant: recta à concursu C, ad dictos terminos constituent triangulum æquilaterum super datam rectam. In fabrica autem hujus & sequentium triangulorum non describendæ sunt integræ peripheriæ, sed locus concursus sive sectionis peripheriarum notandus est brevibus arcubus.

Fabrica Trianguli æquicruri.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ basis, A B, concurrant, intervallo dati cruris A C, vel B C, rectæ à concursu C, ad dictos terminos A & B, constituent triangulum æquicrurum, A C B.

Fabrica Trianguli scaleni.

Si tres rectæ fuerint datæ inæquales A B, B C, C A, duæ autem quælibet conjunctim majores tertiâ; peripheriæque à terminis unius A & B, intervallis reliquarum A C, & B C, concurrant; radij à concursu C, ad dictos terminos A, & B, constituent triangulum Scalenum, A C B.

II. *Propositio* 2.

AD datum punctum, (A) datæ rectæ lineæ (BC) æqualem rectam (A D) ponere.

Circa datum punctum A, radio æquante datam rectam B C, describatur peripheria; & ex A, ducatur recta ad peripheriam, hæc æqualis erit datæ rectæ, B.

III. *Propositio* 3.

DAtis duabus rectis lineis inæqualibus, (A B, C D,) de majori (C D,) æqualem minori (A B) rectam lineam detrahere.

Circa terminum longioris C, describatur peripheria, radio æquante

æquante minorem A B. Aio ſegmentum datæ longioris, quod centro C, & peripheria terminatur, eſſe æquale datæ breviori, A B.

I V. *Propoſitio* 9.

DAtum angulum rectilineum (B A C) bifariam ſecare.

Dati anguli rectilinei crura A B, A C, æquentur per problema 3. & circa æquationis terminos D, E, deſcribantur duæ peripheriæ æquales ſeſe ſecantes, radio quantocunq; recta nunc ducta à concurſu peripheriarum F, ad verticem anguli A, biſecabit eam.

Vel

Ex centro A, dati anguli rectilinei B A C, circino aliquo abſcindantur rectæ æquales A D, & A E, cujuscunq; magnitudinis, & circino non variato (poſſet tamen variari, ſi velles) ex centris D & E, deſcribantur duo arcus ſeſe ſecantes in F: recta igitur ducta ex F, in A, ſecabit angulum bifariam.

Nota. *Si arcus D E, in quotcunque partes æquales ope circini diviſus fuerit, & per ſingulas ex A, rectæ ductæ lineæ, angulus in partes quotlibet deſideratas diviſus erit.*

V. *Propoſitio* 10.

DAtam rectam lineam finitam (A B) bifariam ſecare.

Circa terminos datæ rectæ deſcribantur duæ æquales peripheriæ, radio quantocunq; & puncta concurſus C, D, connectantur recta, hæc datam A B, biſecabit in E.

Vel

Ex centro A, uno datæ rectæ extremo, ad intervallum quodvis, quod tamen dimidium datæ lineæ A B, excedat, deſcribantur duo arcus, unus ſupernè, alter infernè: & ex centro B, altero ejuſdem lineæ extremo, ad idem intervallum, alij duo arcus delineentur,

qui

Digitized by Google

qui priores secent in C, & D. Recta nunc ducta per intersectionum puncta C, D, secabit rectam datam A B, in F, bifariam.

Nota: *Hic modus etiam docendus est, quo linea quavis in partes quotcunq; æquales dividi possit.*

Datam rectam lineam (A B) finitam in quotlibet partes æquales secare.

Per punctum extremum datæ rectæ B, ducatur recta B C, utcunq; & assumatur in B C, punctum quodcunq; D, sive infra, sive supra B, & per D, ducatur ipsi A B, parallela D E, in qua abscindantur 5. partes inter se æquales D F, F G, G H, H I, I E; hac tamen lege, ut existente puncto D, infra B, recta D E, ex 5. partibus æqualibus composita, major sit, quàm data A B: minor verò existente puncto D, supra B, ut nimirùm recta A C, per alterum extremum A, & per E, ducta, cum B D, cōcurrere possit in puncto aliquo, ut in C, à quo si per puncta F, G, H, I, rectæ ducantur, secta erit data recta A B, in quinq; partes æquales B K, K L, L M, M N, N A.

Aliter. *Ad extrema puncta A, B, lineæ A B in 5, partes æquales dividendæ, constituantur duo æquales anguli in diversas partes A B C, B A D, & in utraq; linea, B C, A D, quæ ob alternos angulos A, & B, æquales, parallelæ inter se sunt, sumantur 4. partes inter se omninò æquales, tot nimirū, unâ minùs, in quot partes linea secanda est, cujusmodi sunt B E, E F, F G, G C: item A H, H I, IK, K D, junganturq; rectæ C H, G I, F K, E D, quæ inter se erunt parallelæ, cum conjungant extrema parallelarum æqualium. Dico nunc rectam A B, in quinq; partes æquales AL, LM, MN, NO, OB, sectam esse.*

Aliter. *Parandum instrumentum divisionibus linearum in partes æquales accommodatum, hoc modo. Ductis duabus parallelis, satis magno spatio inter se distantibus, C D, E F, sumantur in utrâq; partes omninò inter se æquales quotcunq;, tot videlicet in*

Digitized by Google

una, quot in altera, & modicæ quantitatis, punctaq́ respondentia lineis rectis jungantur, quæ parallelæ inter se erunt, cùm conjungant extrema parallelarum æqualium. Si igitur nunc beneficio circini rectæ A B, in 5. dividendæ partes æquales transferatur ex quovis puncto G, usq́ ad punctum H, ita ut 5. spatia parallelarum inter G, & H, includantur, præcisè divisa erit ducta G H, ab illis parallelis in 5. partes æquales, quibus partibus si in data A B, sumantur partes æquales, divisa quoq́ erit A B in 5. æquales partes.

VI. *Propositio* II.

DAta recta linea (A B) à puncto in ea dato (C) rectam lineam (C F) ad angulos rectos excitare.

A dato datæ rectæ A B, puncto C, duæ partes utrinq́ secentur æquales D, E; & à punctis sectionum D, E, duæ æquales peripheriæ concurrant in F; recta nunc à dato puncto C, in peripheriarum concursum F, ducta, erit perpendicularis super datam A B.

Vel

Ex recta data A B, puncto dato C, abscindantur utrinq́ lineæ æquales C D, & C E; & ex D, & E, describantur duo arcus sese secantes in F: recta nunc ducta ex arcuum concursu F, in C, erit perpendicularis datæ.

Quòd *si punctum datum in linea recta data AB, fuerit extremum, ut in A, producenda erit linea in rectum & continuum ex parte puncti dati A, & præcepta iam tradita servanda ad perpendicularis erectionem.*

Si verò *punctum in linea AB, datum fuerit extremum, ut in A; at linea commodè produci nequiverit, hac methodo uti poterimus. Ex centro C, extra lineā datam AB, assumpto, ubi libuerit (dummodò recta AB producta cum ipso non conveniat) interval-*

lo ve-

llo verò assumpto usq; ad A, describatur arcus circuli, secans A B, in D, per C, recta ducatur, secans arcum in E; recta nunc ducta ex E, in A, erit perpendicularis ad A B. Vel *ex puncto dato* A, *extremo, describatur arcus circuli quadrante maior à recta A B, incipiens in C, radio quantocunq; attamen A B minori, vel eidem æquali, & circino invariato ex C abscindatur pars illius arcus C D. Deinde per C, & D, ducatur recta infinita, & in hac sumatur D E, æqualis ipsi D C. Tertiò ex E ducatur recta in A, hæc erit perpendicularis ad A B.*

VII. *Propositio* 12.

Super datam rectam lineam infinitam (*A B*) à dato pũcto (*C*) quod in ea nõ est, perpẽdicularẽ rectã (*A*F) deducere.

Circa datum punctum C, describatur peripheria, radio tanto, ut ipsa datam rectam secet duobus locis D & E: recta hæc D E, circulo terminata bisecetur in F, per problema 5. Aio rectam bisecantem C F, esse perpendicularem in data recta A B, eductam è dato puncto C.

Vel

Ex dato puncto C, quovis intervallo, describatur arcus, rectã datam A B, secans in D & E.

Deinde ex D, & E, eodẽ vel alio intervallo duo alij arcus describantur, secantes se in G: ducta igitur recta ex C, in G, secans lineã A B, in F, erit perpendicularis ad datam A B, lineam.

VIII. *Propositio* 22.

Ex tribus rectis lineis, quæ sint tribus datis rectis lineis (*A, B, C,*) æquales, triangulum constituere. Oportet autem duas reliquâ esse majores omnifariam sumptas: quoniam uniuscujusque trianguli duo latera omnifariam sumpta reliquo sunt majora.

Problema hoc ex problemate primo hujus libri originem ac fabricam deducit. Nam data tres lineæ aut omnes æquales sunt, ex iisq; triangulum æquilaterum conformandum; aut duæ æquales sunt, & triangulum æquicrurum conficiendum; aut nulla alteri æqualis, adeoq; triangulum scalenum constituendum foret: quis igitur in his tribus trianguli speciebus fabricæ modus observandus sit, ex iis, quæ suprà citato loco dicta sunt, facilè intelliges.

IX. *Propositio* 23.

AD datam rectam lineam (AB) datumq; in ea punctũ (C) dato angulo rectilineo (GEH) æqualem angulũ rectilineum (F*CD*) constituere.

Ex E, angulo dato, intervallo quovis, describatur arcus ab uno crure ad alterum G H: eodemq; intervallo ex C, puncto dato, in linea data A B, describatur arcus D F, sumaturq; arcus D F, beneficio circini æqualis arcui G H: recta nunc ducta ex C, per F, faciet angulum ad C, æqualem angulo dato E.

X. *Propositio* 31.

A Dato puncto (*A*) datæ rectæ lineæ (BC) parallelam rectam lineam (*A H*) ducere.

Per punctum datum A, ducatur recta A D, utcunq; ad datam rectam usq; B C: & ex D & A ad idem intervallum quodcunq; describantur duo arcus, ad diversas partes, unus ad partes B, nempè E F, alter ad partes C, videlicet H G. Deinde beneficio circini arcui E F, abscindatur ex arcu altero G H., arcus æqualis. Si igitur ex A per H recta ducatur, erit hæc parallela ipsi B C.

XI. *Propositio* 42.

DAto triangulo (*A B C*) æquale parallelogrammum (*E F G C*) constituere in dato angulo rectilineo (*D*)

Latus

Latus unum trianguli dati A B C, nempè B C, dividatur bifariam in E, & fiat angulus C E F, æqualis angulo dato D, per problema 9: ducatur item per A, recta A F, parallela ipsi B C, quæ lineam E F, secet in F. Rursus per C, ducatur ipsi E F, parallela, occurrens rectæ A F, productæ in G: eritq; in angulo C E F, angulo dato D æquali, constitutum parallelogrammum E F G C, triangulo A B C, dato æquale.

Possumus nunc problema hoc convertere, & dato parallelogrammo æquale triangulum constituere in dato angulo rectilineo, *hoc modo: In dato parrallelogrammo A B C D, fiat angulus C B E, angulo G, æqualis per problema 9, secetq; recta B E, rectam A D, productam in E. Extendatur quoq;* B C, *ad F, sitq; C F, æqualis rectæ* B C, *& jungantur E F: erit igitur hac ratione triangulum* B *E F, habens angulum E B F, angulo dato G, æqualem, æquale parallelogrammo A B C D, dato.*

XII. *Propositio* 44.

AD datam rectam lineam (N) dato triangulo (*A*FB) æquale parallelogrammum (*FHLM*) applicare in dato angulo rectilineo (*C*)

Dato triangulo A B F, constituatur iuxta problema proximè præcedens æquale parallelogrammum D E F G, habens angulum E F G, angulo dato C, æqualem, producaturq; G F, ad H, ut F H, sit æqualis rectæ N, data, & per H, ducatur H I, parallela ipsi F E, occurrens D E, productæ in I. Deinde extendatur ex I, per F, diameter I F, occurrens rectæ D C, productæ in K, & per K, ducatur K L, parallela ipsi G H, secans I H, protractam in L, producaturq; E F, ad M. Erit itaq; hac ratione parallelogrammum L M F H, illud, quod quærebatur, habens videlicet latus F H, æquale datæ rectæ A, & angulum H F M, angulo dato C, æqualem, ipsumq; æquale

triangulo A B F, *cū æquale sit complemento D E F G, per theorema 32. hujus libri, quod factum erat æquale triangulo A B* F.

Possumus etiam hoc problema convertere, & Ad datam lineā dato parallelogrammo constituere æquale triangulum in dato angulo rectilineo.

In parallelogrammo dato O A B G, producatur latus B G, ad F, ut G F, æqualis fiat ipsi B G, & jungantur F A, A B, rectis, eritq; triangulum F A B, æquale parallelogrammo O A B G. Fiat nunc iuxta præcepta hujus problematis super data recta N, parallelogrammum F H M L, æquale triangulo F A B, *hoc est, parallelogrāmo O A* B *G, habens angulum F, & L, angulo dato C, æqualem & producatur H I, ad P, ut fiat H P, dupla ipsius H L, jungaturq; recta P F; hac ratione triangulum P F H, constitutum super rectam datam F H, habensq; angulum H, æqualem dato angulo* C, *æquale erit dato parallelogrammo O* A B *G. Est enim triangulum P F H, æquale parallelogrammo F H M L, quod æquale est constitutum parallelogrammo O A* B G, *unde constat quod proponebatur.*

XIII. *Propositio* 43.

Ad datam rectam lineam (N) dato rectilineo (ABC) æquale parallelogrammum (ABC) constituere in dato angulo rectilineo (C)

Resolvatur datum rectilineum ABC, *sive figura data rectilinea in triangula* A, B, *&* C, *quæ tot habebit triangula, sive in tot poterit resolvi triangula, quot ea habet latera, exceptis duobus.* Deinde *triangulo* A, *æquale parallelogrammum constituatur F H L M, super rectam datam F H, habens angulum F, angulo dato* C, *æqualem iuxta præcepta præcedentis proximè problematis.* Tertiò *super rectam F H, parallelogrammum F H L M fiat æquale triangulo B, habens angulum* F, *æqualem angulo dato C.*

Quartò

Digitized by Google

Quartò *super rectam F H, parallelogrammum erigatur F H L M, æquale triangulo C, habens angulum F, æqualem angulo dato C: & sic deinceps procedendum; si plura fuerint triangula in dato rectilineo. Hac operatione peracta; tria parallelogramma constructa erunt æqualia dato rectilineo A B C, unumq; ex iis parallelogrammum constitutum A B C, toti rectilineo A B C, æquale erit: nam si partes partibus sunt æquales, etiam totum toti æquale erit.*

Per hoc problema possumus etiam datorum duorum rectilineorum inæqualium excessum majoris supra minus inquirere: *hoc modo.*

Fiat parallelogrammum C D E F, in quocunq; angulo D, (hic recto) æquale majori rectilineo A, juxta præcepta in hoc problemate tradita: Et super rectam C D, parallelogrammum C D G H, in eodem angulo D, æquale rectilineo minori B. juxta eadem præcepta.

Quoniam igitur parallelogrammum C D E F, superat parallelogramum C D G H, parallelogrammo E F H G: superabit quoq; figura A, figuram B, eodem parallelogrammo, E F H G.

XIV. *Propositio* 46.

A Data recta linea quadratum describere.

Ad datam rectam A B, in altera extremitate, ut in A, erigatur perpendicularis A D, ipsi datæ rectæ A B, æqualis, per problema 6. & 3. & ex B. & D, ad intervallum ejusdem A B, duo arcus describantur sese in C, intersecantes, junganturq; recta B C, & D C, constructum erit quadratum.

THEOREMATA.

Hactenus libri primi Element. Euclidis problemata absolvimus; sequuntur nunc theoremata.

Propo-

I. *Propositio* 4.

SI duo triangula (A B C & D E F) duo latera (A B & A C duobus lateribus (D E & D F) æqualia habeant, utrumq; utrique; habeant verò & angulum (A) angulo (D) æqualem sub æqualibus rectis lineis (A B, A C, & D E, D F) contentum: Et basin (B C) basi (E F) æqualem habebunt: eritq; triangulum (A B C) triangulo (D E F) æquale; ac reliqui anguli (B, C) reliquis angulis (E, F) æquales erunt, uterque utriq;, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

II. *Propositio* 5.

ISoscelium triangulorum (A B C) qui ad basin sunt, anguli (B C) inter se sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis (A B & A C) qui sunt sub basi (b c) anguli inter se æquales erunt.

III. *Propositio* 6.

SI trianguli (A B C) duo anguli (B & C) æquales inter se fuerint: & sub æqualibus angulis subtensa latera (A B, A C) æqualia inter se erunt.

IV. *Propositio* 7.

SUper eadem recta linea (A B) duabus eisdem rectis lineis (A C & B C) aliæ duæ rectæ lineæ (A D & B D) æquales, utraque utrique, non constituentur ad aliud atque aliud punctum (D) ad easdem partes (C) eosdemque terminos (A & B) cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.

V. *Propositio* 8.

SI duo triangula (A B C & D E F) duo latera (A B, A C) habuerint, duobus lateribus (D E, D E) utrumque utrique, æqua-

æqualia, habuerint verò & basin (B C) basi (E F) æqualem: Angulum quoque (A) sub æqualibus rectis lineis (A B, A C, & D E, E F) contentum angulo (D) æqualem habebunt.

VI. *Propositio* 13.

SI recta linea (A B) super rectam (C D) consistens lineam angulos facit, aut duos rectos (a b) aut duobus rectis æquales (c d) efficiet.

VII. *Propositio* 14.

SI ad aliquam rectam lineam (A B), atque ad eius punctũ (C) duæ rectæ lineæ (C D, C E) non ad easdem partes ductæ eos, qui sunt deinceps (a b & c d) angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erũnt inter se ipsæ rectæ lineæ (C D & C E.)

VIII. *Propositio* 15.

SI duæ rectæ lineæ (A B & C D) se mutuò secuerint, angulos ad verticem (a a & b b) æquales inter se efficient.

IX. *Propositio* 16.

CUjuscunque trianguli (A B C) uno latere (A C) producto, externus angulus (a) utrolibet interno & opposito (b vel c) major est.

X. *Propositio* 17.

CUjuscunque trianguli (A B C) duo anguli (a b, b c, c a) duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

XI. *Propositio* 18.

OMnis trianguli (A B C) majus latus (A B) majorem angulum (d) subtendit.

Digitized by Google

XII. *Propositio* 19.

OMnis trianguli (A B C) major angulus (d) maiori lateri (A B) subtenditur.

XIII. *Propositio* 20.

OMnis trianguli (A B C) duo latera (A B, A C) reliquo (B C) sunt majora, quomodocunque assumpta.

XIV. *Propositio* 21.

SI super trianguli (*ABC*) uno latere (*BC*) ab extremitatibus (B, C) duæ rectæ lineæ (B D, C D) interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ (B D, C D,) reliquis trianguli duobus lateribus (B A, C A,) minores quidem erunt, majorem verò angulum (D,) continebunt.

XV. *Propnsitio* 24.

SI duo triangula (A B C, D E F) duo latera (A B, A C) duob. lateribus (D E, D F) æqualia habuerint, utrumq; utrique angulum verò (A) angulo (D) majorem sub æqualib. rectis lineis (A B, A C & D E, D F) contentum, & basin (B C) basi (E F) majorem habebunt.

XVI. *Propositio* 25.

SI duo triangula (A B C, D E F,) duo latera (A B, A C) duobus lateribus (DE, DF,) æqualia habuerint, utrumq; utrique, basin verò (B C,) basi (E F) majorem: Et angulũ (A) sub æqualibus rectis lineis (A B, A C & D E, D F) contentum angulo (D) majorem habebunt.

XVII. *Propositio* 26.

SI duo triangula (A B C. D E F,) duos angulos (B, C,) duobus angulis (E, F,) æquales habuerint, utrumque utrique, unum-

Digitized by Google

numque latus(*BC*) uni lateri(EF) æquale, sive quod æqualibus adiacet angulis, seu quod uni æqualium angulorum subtenditur: & reliqua latera(A B, A C,) reliquis lateribus (D E, D F,) æqualia, utrumque utrique, & reliquum angulū (A) reliquo angulo(D.) æqualem habebunt.

Huic theoremati Clavius duo alia annectit necessaria admodū, & utilia, hoc loco non negligenda.

Primum. In triangulo æquilatero, sive Isoscele, recta linea ab angulo duobus lateribus ęqualibus comprehenso ducta, dividensque vel angulum, vel basin bifariam, perpendicularis est ad basin, & siquidem angulū bifariam dividat, secabit quoq; basin bifariā. Si verò basin secet bifariam, divides quoq; angulū bifariā & cōtrà: linea perpendicularis ad basin ducta dividit & basin & angulū bifariā.

Secundum. Triangulum, in quo linea recta ab uno angulorum ducta ad basin perpendicularis dividit vel basin vel angulum bifariam, habet duo latera dictum angulū comprehendentia æqualia: Et siquidem basis dividatur bifariam, angulus quoque bifariam secabitur: si verò angulus bifariam secetur, basis quoque dividetur bifariam.

XVIII. *Propositio* 27.

SI in duas rectas lineas(A B, C D,) recta incidens linea (E F) alternatim angulos(a a, c c) æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se illæ rectæ lineæ (A B & C D.)

XIX. *Propositio* 28.

SI in duas rectas lineas(AB, CD) recta incidens linea(EF,) externum angulum(a) interno & opposito & ad easdem partes(b) æqualem fecerit; Aut internos & ad easdem partes(c,d) duobus rectis æquales: parallelę erunt inter se ipsæ rectæ lineæ (A B, C C.)

XX. *Propositio* 29.

IN parallelas rectas lineas (AB, CD) recta incidens linea (EF:) & alternatim angulos (a b, e d,) inter se ęquales efficit, & externum (c, f) interno & opposito & ad easdem partes (d, b) æqualem; & internos & ad easdem partes (a d, e b) duobus rectis æquales facit.

XXI. *Propositio* 30.

QUæ (A B, C D,) eidem rectæ lineæ (E F) parallelæ, inter se sunt parallelæ.

XXII. *Propositio* 32.

Cujuscunq; trianguli (A B C,) uno latere (BC) producto, externus angulus (d) duobus internis & oppositis (b c) est æqualis: & trianguli tres interni anguli (a, b, c) duobus sunt rectis æquales.

Addit hic Clavius

Omnes angulos figuræ rectilineæ cujusvis esse æquales bis tot rectis angulis, quota ipsa est inter figuras rectilineas.

vel

Omnes angulos figuræ rectilineæ cujusvis æquales esse bis tot rectis angulis, demptis quatuor, quot ipsa continet latera seu angulos.

XXIII. *Propositio* 33.

REctæ lineæ (A C, B D,) quæ æquales & parallelas lineas (A B, C D) ad partes easdem contingunt; & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

Digitized by Google

XXIV. *Propositio* 34.

PArallelogrammorum spatiorum (A B C D) æqualia sunt inter se, quæ ex adverso & latera (A B, C D, & A C, B D,) & anguli (A D, & B D,) atque illa bifariam secat diameter (B C vel ab.)

XXV. *Propositio* 35.

PArallelogramma (E F G H, & G H I K) super eadem basi (G H) & in eisdem parallelis (A B, C D,) constituta, inter se sunt æqualia, (*quoad aream.*)

XXVI. *Propositio* 36.

PArallelogramma (E F G A, I K L M,) super æqualibus basibus (G H, L M,) & in eisdem parallelis (A B, C D) constituta, inter se sunt æqualia.

XXVII. *Propositio* 37.

TRiangula (E F G, H F G) super eadem basi F G constituta & in eisdem parallelis (*A B, C D,*) inter se sunt æqualia.

XXVIII. *Propositio* 38.

TRiangula (*E F G* & *H I K*) super æqualibus basibus (*F G, I K,*) constituta & in eisdem parallelis (*A B, C D,*) inter se sunt æqualia.

XXIX. *Propositio* 39.

TRiangula æqualia (*E F G, H F G*) super eadem basi (*F G*) & ad easdem partes constituta, & in eisdem sunt parallelis (*A B, C D.*)

XXX. *Propositio* 40.

TRiangula æqualia (*E F G, & H I K*) super æqualibus ba-

sibus (F G, I K) & ad easdem partes constituta & in eisdem sunt parallelis. (A B, C D.)

XXXI. *Propositio* 41.

SI parallelogrammum (*EFGH*) cum triangulo (*GHI*) eandem basin (*GH*) habuerit, in eisdemque parallelis (*AB, CD*) fuerit, duplum erit parallelogrammum (*EFGH*) ipsius trianguli (*GHI.*)

XXXII. *Propositio* 43.

IN omni parallelogrammo (*ABCD*) complementa (*DFGH, EBIG,*) eorum, quæ circa diametrum (*AC*) sunt parallelogrammorum (*AEGH, CFGI,*) inter se sunt æqualia.

XXXIII. *Propositio* 47.

IN rectangulis triangulis (*ABC*) quadratum, quod à latere (*AC*) rectum angulum (B) subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus (A B, B C,) rectum angulum (B) continentibus describuntur, quadratis.

NOTA. *Inventio pulcherrimi huius theorematis ad Pythagoram refertur, qui Musis pro tàm præclaro invento centum boves immolâsse scribitur; hinc aliàs inventum centum boum mactatione dignum nuncupatur, ex quo plurima alia scitu non injucunda tàm Theoremata quàm Problemata oriuntur, quorum Clavius præcipua tantùm enumerat, quæ videlicet rebus Geometricis præ cæteris utilitatem magnam allatura visa fuerunt: ea autem sunt.*

THEOREMA I. Si in quadrato quovis diameter ducatur, quadratum à diametro descriptum duplum erit prædicti quadrati.

II. Qua-

II. Quadratum diametri figuræ altera parte longioris æquale est duobus quadratis laterum inæqualium.

III. Si fuerint duo triangula rectangula; quorum latera rectis angulis opposita sunt æqualia, erunt duo quadrata reliquorum duorum laterum unius trianguli æqualia duobus quadratis reliquorum duorũ laterum alterius.

IV. Si ex angulo à duobus lateribus inæqualibus comprehenso ad basin perpendicularis ducatur, cadens intra triangulum, secabitur basis in partes inæquales, maiorque pars iuxta maius latus erit; & contrà, si basis à perpendiculari secetur non bifariam, erunt duo latera inæqualia, maiusque illud erit, quod maiori basis segmento adiacet.

PROBLEMATA. I. Duobus quadratis inæqualibus propositis, invenire alia duo quadrata, quæ & æqualia sint inter se & simùl sumpta æqualia duobus inæqualibus propositis simùl sumptis.

Fiat primò angulus rectus ABC, *cuius crura* AB, BC, *sint æqualia lateribus propositorum quadratorum inæqualium* D & E. *Deinde crurum extremitates recta coniungantur* AC, *quæ bifecetur in* F. *Tertiò ex* F *radio* FA, *vel* FC, *describatur semiperipheria ex* A *in* C, *quæ dividatur bifariam in* G, *& ex* G, *ducantur rectæ in* A, *&* C. *Dico quadrata rectarum* GA, GC, *esse æqualia & simùl sumpta tanta esse, quanta quadrata rectarum* AB, BC, *simùl sumpta, quia eadem recta* AC, *utrumq; angulum* B, *&* G, *subtendit.*

II. Propositis duabus lineis inæqualibus, invenire id, quo plus potest maior, quàm minor.

Potentia lineæ rectæ dicitur eius quadratum: tantum enim quævis linea posse dicitur, quantum est eius quadratum.

Sint ergò duæ lineæ inæquales A, *&* B, *oporteatq; cognoscere quantò maius sit quadratum maioris lineæ* A, *quàm minoris* B.

Ex

Digitized by Google

Ex quavis igitur linea recta infinita C D, *sumatur* C E, *aequalis rectae* A, *&* E F, *aequalis recta* B. *Deinde centro* E, *intervallo* E C, *semicirculus describitur* C G D, *& ex* F, *ducatur* F G, *perpendicularis ad* C D. *Dico quadratum rectae* A, *superare quadratum rectae* B, *quadrato rectae* F G.

III. Propositis quotcunque quadratis, sive aequalibus sive inaequalibus, invenire quadratum omnibus illis aequale.

Sint latera septem quadratorum A, B, C, D, E, F, G, & fiat primò angulus rectus A B C, ex latere A & B, sitq; linea A B, aequalis lateri quadrati A, & B C, aequalis lateri quadrati B, iunganturq; C & A, rectâ. Deinde ex A, erigatur perpendicularis A D, ad A C, aequalis lateri quadrati C, iungaturq; D, cum C. Tertiò ex D, ducatur perpendicularis ad DC, quae sit DE, aequalis lateri quadrati D, & connectantur E C. Quartò ex E, ducatur perpendicularis ad E C, quae sit E F, aequalis lateri quadrati E, iungaturque F, cum C. Quintò erigatur ex F, perpendicularis F G, aequalis lateri quadrati F, & iungatur G C. Tandem ex G, producatur perpendicularis ad G C, quae sit G H, aequalis lateri quadrati G, & connectantur H & C. Dico nunc quadratum rectae H C, aequale esse septem quadratis propositis.

IV. Propositis duobus quadratis quibuscunque, alteri illorum adiungere figuram, quae reliquo quadrato sit aequalis, ita ut tota figura composita sit etiam quadrata.

Sint duo quadrata A B C D, E F G H, producatur minoris quadrati latus B C, infinitè, & sumatur in eo recta B I, aequalis lateri F G, *alterius quadrati maioris. Ducatur deinde recta ex I, in A, & in recta B A, producta versus A, accipiatur B K, aequalis rectae A I, perficiaturq; ex hac quadratum B K L M. Dico nunc figuram A D C M L K, quadrato A B C D; adiunctam aequalem esse quadrato*

drato E F G H, & totam figuram B M L K, quadratam esse.

V. Cognitis duobus lateribus quibuscunq; trianguli rectanguli, in cognitionem reliqui lateris pervenire.

In triangulo rectangulo B A C, sint primùm *cognita latera A B, Basis, & A C, Cathetus, angulum rectum includentia, quorum illud ponatur 6. pedum, hoc vero pedum 8. Quoniam igitur quadrata rectarum A B, A C, æqualia sunt quadrato hypotenusæ, rectæ scilicet BC, igitur junctis illis producitur 100. quadratum rectæ B C, cujus radix quadrata 10. ostendit longitudinem lateris B C, 10. pedum.*

Sint deindè *cognita latera A B, B C, Basis & Hypotenusa, quorum illud 6. hoc verò 10. pedũ sit. Cùm igitur quadrata basis & catheti æqualia sint quadrato hypotenusæ, ideoq; quadrato Basis A B, 36. subducto ex quadrato Hypotenusæ B C, 100. relinquitur quadratum catheti A C, 64. cujus radix 8. indicat ejus longitudinem.*

Tertiò *sint nota Cathetus A C, 8. & Hypotenusa* B C, *10. pedũ, quæritur longitudo* Basis: *ex præcedente igitur fundamẽto subtrahatur quadratũ catheti AC, 64. ex quadrato hypotenusæ* B C, *100. remanebit quadratum* Basis A B, *36. cuius radix quadrata 6. offert nobis longitudinem eiusdem in pedibus numeratam.*

XXXIV. *Propositio* 48.

SI quadratum, quod ab uno laterum (A C) trianguli (A B C) describitur, æquale sit eis, quæ à reliquis trianguli lateribus (A B, B C) describuntur, quadratis: angulus (B) comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus (A B, B C) rectus est.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS
Liber Secundus.

IN secundo hoc libro parallelogrammorum rectangulorum & quadratorum, quæ ex rectarum linearum sectionibus fiunt, proportiones declarantur. Posteà de quadratis, quæ à lateribus obtusangulorum & acutangulorum triangulorum describuntur, agitur, quam nempè habeant proportionem, quæ à subtendentibus obtusum & acutum angulum fiunt, ad ea quæ à comprehendẽtibus describuntur. Tandẽ, qua ratione dato rectilineo æquale quadratum constituatur, docetur

Definitiones *duæ afferuntur:* Postulata *verò &* Axiomata *nulla, cùm ea, quæ primo libro fuerunt proposita, omnibus sequẽtibus libris sint communia.*

Propositiones *autem hujus libri sunt* 14. Problemata *videlicet duo &* Theoremata 12.

PROBLEMATA.

I. *Propositio* II.

DAtam rectam lineam (A B) secare, ut comprehensum sub tota (A B) & altero segmentorum (F B, *minori*) rectangulum, æquale sit ei, quod à reliquo segmento (A F, *maiori*) fit quadrato.

Ad datæ lineæ A B, extremitatem A, ubi majus segmentum terminari debet, excitetur perpendicularis A C, ipsi datæ lineæ A B, *æqualis, eaq; secetur bifariam in D, & producatur C A, versus A, & intervallo* D B, *abscindatur D E, & A E, transferatur in* A B, *notan-*

notando punctum F: erit nunc A F, segmentum majus, & F B, *segmentum minus. Si itaq; ex segmento minori* F B, *& totâ* A B, *rectangulum componatur, æquale erit illud quadrato facto ex segmento majori A F.* Compendiosiùs idem efficere. *Ad extremum A, ubi majus segmentum terminari debet, excitetur perpendicularis A D, ipsi datæ lineæ* A B, *æqualis, eaq; secetur bifariam in E. Si nūc ad intervallum E B, ex E A, producta resecetur E F, erit* A F, *majori segmento A G, æqualis, unde constabit propositum.*

II. *Propositio* 14.

DAto rectilineo (A) æquale quadratum constituere.

Constituatur primò parallelogrammum rectangulum B C E D, *æquale rectilineo A, per probl. 13. lib 1. cujus unum latus C E, producatur in F, sitq; recta E F, æqualis rectæ E D. Deinde dividatur* C F, *bifariam in G, & ex G, centro, intervallo G C, vel G F, describatur semicirculus F H C, producaturq; E D, donec circumferentiam tangat in H. Dico nunc quadratum rectæ E H, esse æquale rectilineo A.*

Aliter

Rectilineum propositum A, primò resolvatur in triangula a, b. Deinde ex quolibet triangulo fiat quadratum e, f, juxta præcepta mox sequentia. Tandem ex omnibus quadratis fiat unum quadratum g, per probl. 3. ad theorema 33. lib. primi propositum, & operatione peracta fiet quod quærebatur:

Ex quolibet autem triangulo componitur quadratum, hoc modo. *Primò ex proposito triangulo a, vel b, fiat parallelogrammum rectangulum c, vel d, per problem. 11. lib. primi. Deinde ex hoc rectangulo componatur quadratum e, vel f, secundum præcepta hujus problematis, & habebitur quoq; optatum.*

THEOREMATA.

I. *Propositio* 1.

SI fuerint duæ rectæ lineæ (A & BC) feceturque ipsarum altera (BC) in quotcunque segmenta (BD, DE, EC) rectangulum (BGFC) comprehensum sub illis duabus rectis lineis (A & BC) æquale est ei, quæ sub insecta (A) & quolibet segmentorum (BD, DE, EC) comprehenduntur rectangulis.

II. *Propositio* 2.

SI recta linea (AB) secta sit utcunque (*in C*) rectangula (AEFC, & CFDB) quæ sub tota (AB) & quolibet segmentorum (AC, CB) comprehenduntur, æqualia sunt ei, quod à tota (AB) fit, quadrato (AEDB)

Hoc theorema etiam quadrat, si linea data in plures, quàm duas partes, divisa fuerit.

III. *Propositio* 3.

SI recta linea (AB) secta sit utcunque (*in C*) rectangulũ sub tota (AB) & uno segmentorum (AC vel CB) comprehensum, æquale est illi, quod sub segmentis (AC, CB) comprehenditur rectangulo, & illi, quod à prædicto segmento (AC, vel CB) describitur, quadrato (AEDC.)

IV. *Propositio* 4.

SI recta linea (AB) secta sit utcunque (*in C*) quadratum, quod à tota (AB) describitur, æquale est illis, quæ à segmentis (AC, CB) describuntur, quadratis, & ei, quod bis sub segmentis (AC, CB) comprehenditur, rectangulo.

V. *Pro-*

V. *Propositio* 5.

SI recta linea (*AB*) secetur in æqualia (*AC, CB*) & non æqualia (*AD, DB*) rectangulum sub inæqualibus segmentis (*AD, DB*,) totius (*AB*) comprehensum, una cum quadrato, quod ab intermedia sectionum (CD) æquale est ei, quod à dimidia (*AC* vel *CB*) describitur quadrato.

VI. *Propositio* 6.

SI recta linea (*AB*) bifariam secetur (*in C*) & illi recta quædam linea (BD) in rectum adiiciatur: rectangulum comprehensum sub tota (*AB*) cum adjecta (*BD*) & adjecta, (BD,) una cum quadrato à dimidia (CB,) æquale est quadrato à linea (CD), quæ tùm ex dimidia, tùm ex adiecta componitur, tanquam ab una, descripto.

VII. *Propositio* 7.

SI recta linea (AB) secetur utcunque (*in C*:) quod à tota (AB), quodque ab uno segmentorum (CB) utraque simùl quadrata, æqualia sunt & illi, quod bis sub tota (AB) & dicto segmentn (CB) comprehenditur rectangulo, & illi, quod à reliquo segmento (AC) fit, quadrato.

VIII. *Propositio* 8.

SI recta linea (*AB*) secetur utcunque (*in C*:) Rectangulum quater comprehensum sub tota (*AB*) & uno segmentorum (*CB*) cum eo, quod à reliquo segmento (*AC*) fit, quadrato, æquale est ei, quod à tota (*AB*) & dicto segmento (*CB*) tanquam ab una linea describitur, quadrato.

Digitized by Google

IX. *Propositio* 9.

SI recta linea (*AB*) secetur in æqualia (*AC, CB*,) & non æqualia (*AD, DB*) quadrata, quæ ab inæqualibus totius (*AB*) segmentis (*AD* & *DB*) fiunt, simul duplicia sunt & ejus, quod à dimidia (*AC*) & ejus quod ab intermedia sectionum (*CD*) fit, quadrati.

X. *Propositio* 10.

SI recta linea (*AB*) secetur bifariam (*in C*) adiiciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea (B D;) quod à tota (A B) cum adjuncta (B D) & quod ab adjuncta (B D) utraque simul quadrata, duplicia sunt & ejus, quod à dimidia (*AC*), & eius quod à composita ex dimidia (C B) & adiunctâ (B D) tanquam ab una, descriptum sit quadrati.

XI. *Propositio* 11.

IN Amblygoniis triangulis (*ABC*) quadratum, quod fit à latere (*AC*) angulum obtusum (B) subtendente, majus est quadratis, quæ fiunt à lateribus (AB, BC) obtusum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso & ab uno laterum (*BC*) quæ sunt circa obtusum angulum, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta exterius linea (*BD*) sub perpendiculari (*AD*,) propè angulum obtusum (*ABC*.)

XII. *Propositio* 13.

IN Oxygoniis triangulis (*ABC*) quadratum à latere (*AB*) angulum acutum (*C*) subtendente, minus est quadratis, quæ fiunt à lateribus (*AC, CB*) acutum angulum (C) comprehen-

prehendentibus, rectangulo bis comprehenso, & ab uno laterum (*BC*) quæ sunt circa angulum acutum, in quod perpendicularis cadit, & ab assumpta interius linea (*CD*) sub perpendiculari propè acutum angulum (*C*.)

Hoc in loco docet Clavius investigare aream cujuscunq; trianguli latera nota habentis, hac universali ratione: Demißa perpendiculari ex vertice in basin, ducatur illa in integram basin, & producti sumatur dimidium pro area dati trianguli: V el *in dimidium basis, & productum erit quæsitum. Commodius autem operatio institui potest si latus maximum pro basi assumptum fuerit, excepto triangulo rectangulo, ubi Cathetus perpendicularis vice fungitur.*

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Tertius.

I*N tertio libro Euclides varias circuli proprietates demonstrat & de ijs agit, quæ circulis accidunt, & de rectis lineis in circulo vel ad circulum ductis: itemq; de angulis, qui ad circulorum centra vel ad circumferentias consistunt.*

Definitiones *hujus libri 10. sunt.*

Propositiones *verò 37. quarum 6.* Problemata *sunt, reliquæ autem 31.* Theoremata.

PROBLEMATA.

I. *Propositio* 1.

DAti circuli (*ABCD*) centrum (*F*) reperire.

Ducatur in circulo linea utcunq; AC, quæ bifariam dividatur,

Digitized by Google

datur in E, per probl. 5. lib. 1. & per E, ad A C, perpendicularis agatur B D, utrinq; in peripheria terminata in punctis B, & D: hâc igitur B D, bifariam sectâ in F, dico F, esse centrum circuli propositi A B C D.

II. *Propositio* 17.

A dato puncto (A) rectam lineam (A C) ducere, quæ datum tangat circulum (B C.)

Datum punctum A, & centrum dati circuli D, connectantur rectâ A D, quæ secet circulum B C, in B. Deinde centro D, intervallo D A, describatur circulus A E, & ex B, educatur B E, perpendicularis ad A D, secans circulum A E, in E. Ductâ deniq; rectâ E D, secante circulum B C, in C, connectatur recta A C, quam dico tangere circulum B C, in C.

III. *Propositio* 52.

Circuli segmento (*A B C*) dato, describere circulum, cujus est segmentum.

Assumantur in peripheria segmenti tria puncta utcunq; A, B, & C, quæ duabus rectis A B, B C, connectantur; hæ bifariam secentur in D, & E. Deinde ex D, & E, educantur ad A B, & B C, perpendiculares D F, E G, quæ sese secent in H: dico nunc H, centrum esse, ex quo, radio H A, H B, vel H C, circulus describi vel compleri potest. Licet etiã hâc vel sequẽte ratione peripheriã describere, per tria pũcta in rectã non cadentia, hoc modo. *Inter bina puncta proposita A B, & B C, binæ peripheriæ ducantur, radio quantocunq; se invicem secantes in D, E, & F, G, per quarum concursus D, E, & F, G, rectæ educantur, donec se mutuò secent in H: dico in harum intersectione H, centrum esse circuli per tria proposita puncta A, B, C, describendi: posito namq; uno circini pede in H, centro, alter extendatur ad punctorum propositorum quodlibet*

& hac

& hac distantia describatur peripheria; hac necessariò per singula puncta transibit.

IV. Propositio 30.

DAtam peripheriam (ABC) bifariam secare.

Peripheriæ vel arcui proposito A B C, subtendatur recta A C, & ex punctis A, & C, describantur arcus, eodem intervallo, se mutuò secantes in D, & E, supra & infra subtensam A C, non secus ac si recta A C secanda esset bifariam: Recta enim D E, dividens rectam A, bifariam in A, secabit quoque peripheriam sive arcum datum bifariam in B.

V. Propositio 33.

SUper data recta linea (AB) describere segmentum circuli (AEB) quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo (C.)

Angulus datus aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, ideóque triplex operatio instituenda est.

Primò, *si angulus datus C, rectus fuerit, dividatur recta A B, bifariam in D: Deinde centro D, intervallo verò D A, vel D B, describatur semicirculus A E B, & factum erit, quod proponebatur: nam angulus A E B, in descripto semicirculo rectus est, in quacunque parte peripheriæ puncto E, consistente.*

Deinde, *si angulus datus C, fuerit acutus; primò ad datæ A B, punctum A, fiat angulus D A B, angulo acuto dato C, æqualis, & ducatur ad D A, perpendicularis A E, quæ cadat supra A B. Deinde fiat angulo F A B, æqualis angulus F B A, secetque B F, rectam A E, in F; erunt igitur rectæ F A, F B, æquales: quare si centro F, & intervallo F A, vel F B, circulus describitur A G B, transibit is per B. Dico igitur angulum G, in segmento A G B, quod descriptũ*

Digitized by Google

est super A B, esse aequalem angulo dato C, in quocunque loco peripheriae puncto C, existente.

Tertiò, *si angulus datus H, fuerit obtusus: fiat primò angulo H, aequalis angulus I A B, & ducatur ad I A, perpendicularis A E, quae infra A B, cadat. Deinde fiat angulo F A B, aequalis angulus F B A, secetque B F, rectam A E, in F: erunt igitur recta F A, F B, aequales: sitque centro F, & intervallo F A, vel F B, circuli peripheria describatur, A K B, transibit ea per B: dico igitur angulum K, in segmento A K B, quod descriptum est supra A B, esse aequalem angulo dato H, ubicunque punctum K, in peripheria repertum fuerit.*

V I. *Propositio* 34.

A dato circulo (A B C) segmentum abscindere, capiens angulum aequalem dato angulo rectilineo (D.)

Ad datum circulum A B C, ducatur recta E F, tangens circulum in A. Deinde fiat angulus F A B, aequalis angulo dato D. Dico nunc angulum A C B, in segmento ablato A C B, aequalem esse angulo dato D: à circulo igitur dato segmentum optatum abscissum est.

THEOREMATA.

I. *Propositio* 2.

SI in circuli peripheria (A B C) duo quaelibet puncta (A C) accepta fuerint: recta linea, quae ad ipsa puncta (A C) adjungitur, intra circulum (A B C) cadet.

I I. *Propositio* 3.

SI in circulo (B C D) recta quaedam linea (C E) per centrum (A) extensa quandam (B D) non per centrum extensam bifa-

bifariam secet; & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.

III. *Propositio* 4.

SI in circulo (A C B D) duæ rectæ lineæ (A B, C D) sese mutuò secent, non per centrum (E,) extensæ: sese mutuò bifariam non secabunt.

IV. *Propositio* 5.

SI duo circuli (A B C, & B C D) sese mutuò secent; non erit illorum idem centrum (E, F.)

V. *Propositio* 6.

SI duo circuli (A B C, & A D E,) sese mutuò interius tangant; eorum non erit idem centrum (F, G.)

VI. *Propositio* 7.

SI in diametro (A B) circuli (A C B D) quodpiam punctū sumatur (E) quod circuli centrum non sit, ab eoq; puncto (E) in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea, in qua centrum (F) minima verò reliqua (E A) aliarum verò propinquior illi (E B) quæ per centrum ducitur, remotiore semper major est: duæ autem solùm rectæ lineæ æquales (E C, E D,) ab eodem puncto (E) in circulum cadunt, ad utrasque partes minimæ (E A) vel maximæ (E B.)

VII. *Propositio* 8.

SI extra circulum (B C D E) sumatur punctum quodpiam (A) ab eoque puncto (A) ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum una quidem (A D) per centrum

(F) protendatur, reliquæ verò ut libet: In cavam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem est illa (A D,) quæ per centrum ducitur; aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum transit, remotiore semper major est. In convexam verò peripheriam cadentium rectarum linearum minima quidem est illa (A B) quæ inter punctum (A) & diametrum (B D) interponitur: aliarum autem, quæ propinquior est minimæ (A B) remotiore semper minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ æquales ab eo puncto (A) in ipsum circulum cadunt, ad utrasque partes minimæ (A B) vel maximæ (A D.)

VIII. *Propositio* 9.

SI in circulo (B C D) acceptum fuerit punctum aliquod (A) & ab eo puncto ad circulum cadant plures, quàm duæ, rectæ lineæ æquales (A B, A C, A D,) acceptum punctum (A) centrum est ipsius circuli (B C D.)

IX. *Propositio* 10.

CIrculus (A B C) circulum (A D C) in pluribus, quàm duobus punctis (A & C) non secat.

X. *Propositio* 11.

SI duo circuli (A B C, & A D E) sese intus contingant (*in* A) atque accepta fuerint eorum centrum (F, G) ad eorum centra (F, G) adjuncta recta linea & producta in contractum circulorum (A) cadet.

XI. *Propositio* 12.

SI duo circuli (A B C, & D B E) sese exterius contingant, linea recta (F, G) quæ ad centra eorum (F, G) adjungitur, per contactum (B) transibit.

Pro-

XII. *Propositio* 13.

Circulus (ABC) circulum (DBE) non tangit in pluribus punctis, quàm uno (B) sive intus, sive extra, tangat.

XIII. *Propositio* 14.

In circulo (ABCD) æquales rectæ lineæ (AB, CD) æqualiter distant à centro (E.) Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

XIV. *Propositio* 15.

In circulo (ABCDEF) maxima quidem linea est diameter (AF) aliarum autem propinquior (BE) centro (G) remotiore (CD) semper major.

XV. *Propositio* 16.

Quæ ab extremitate diametri (AC) cujuscunque circuli (ABC) ad angulos rectos ducitur (AE) extra ipsum circulum cadet: & in locum inter ipsam rectam lineam (AE) & peripheriam (AB) comprehensum, altera recta linea non cadet: & semicirculi quidem angulus (CAB) quovis angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem (EAB) minor.

XVI. *Propositio* 18.

Si circulum (FCD) tangat recta quæpiam linea (AB) à centro autem (E) ad contactum (C) adjungatur quædam linea (EC;) quæ adjuncta fuerit (EC) ad ipsam contingentem (AB) perpendicularis erit.

XVII. *Propositio* 19.

SI circulum (CDE) tetigerit recta quæpiam linea (AB) à contactu autem (C) recta linea (CE) ad angulos rectos ipsi tangenti (AB) excitetur; in excitata erit centrum circuli (F.)

XVIII. *Propositio* 20.

IN circulo (ABC) angulus (BDC) ad centrum (D) duplex est anguli (BAC) ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria basis (BC) angulorum (DA.)

XIX. *Propositio* 21.

IN circulo (ABCD) qui in eodem segmento (DABC) sunt, anguli, (A & B) sunt inter se æquales.

XX. *Propositio* 22.

QUadrilaterorum (ABCD) in circulis descriptorum anguli (BD, & AC) qui ex adverso, duobus rectis sunt æquales.

XXI. *Propositio* 23.

SUper eadem recta linea (AB) duo segmenta similia & inæqualia non constituentur ad easdem partes.

XXII. *Propositio* 24.

SUper æqualibus rectis lineis (AB, CD) similia circulorum segmenta (AEB, CFD) sunt inter se æqualia.

XXIII. *Propositio* 26.

IN æqualibus circulis (ABC, DEF,) æquales anguli (BE, GH,) æqualibus peripheriis (AC, DF) insistunt, sive ad centra (G, H) sive ad peripherias (B, E) constituti insistant.

Pro-

XXIV. *Propositio* 27.

IN æqualibus circulis (ABC, DEF) anguli (G,H,B,E,) qui æqualibus peripheriis (AC, DF) insistunt, sunt inter se æquales, sive ad centra (G,H) sive ad peripherias (B,E) constituti insistant.

XXV. *Propositio* 28.

IN æqualibus circulis (ABC, DEF) æquales rectæ lineæ (AC, DF) æquales peripherias (ABC, DEF vel AC, DF) auferunt, majorem quidem (ABC) maiori (DEF) minorem autem (AC) minori (DF,) æqualem.

XXVI. *Propositio* 29.

IN æqualibus circulis (ABC, DEF) æquales peripherias (ABC, DEF, vel AC, DF) æquales rectæ lineæ (AC, DF) subtendunt.

XXVII. *Propositio* 31.

IN circulo (ABC) angulus (ABC), qui in semicirculo, rectus est: qui autem in majori segmento (CAB) minor recto: qui verò in minore segmento (BEC) maior est recto. Et insuper angulus majoris segmenti recto quidem major est; minoris autem segmenti angulus minor est recto.

XXVIII. *Propositio* 32.

SI circulum (CDE) tetigerit aliqua recta linea (*AB*) à contactu autem (*C*) producatur quædam recta linea (*CE*) circulum secans: anguli (*ACE,BCE*) quos ad contingentem (*AB*) facit, æquales sunt iis, qui in alternis circuli segmentis consistunt, angulis (*CDE* & *CGE.*)

Pro-

Digitized by Google

XXIX. *Propositio.* 35.

SI in circulo (AC, BC) duæ rectæ lineæ (*AB, CD,*) sese mutuò secuerint; rectangulum comprehensum sub segmentis unius (*AE, EB,*) æquale est ei, quod sub segmentis alterius (*CE, ED*) comprehenditur, rectangulo.

XXX. *Propositio* 36.

SI extra circulum (*ABC*) sumatur punctum aliquod (*D*) ab eoq; in circulũ cadant duæ rectæ lineæ (*DA, DB*) quarum altera quidem (DA) circulum secet, altera verò (*DB*) tangat: Quod sub tota secante (*DA*) & exterius inter pũctum (D) & convexam peripheriam (C) assumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente (DB) describitur, quadrato.

XXXI. *Propositio* 37.

SI extra circulum (*ABC*) sumatur punctum aliquod (D) ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ (*DA, DB*) quarum altera (*DA*) circulum secet, altera (*DB*) in eum incidat: sit autem quod sub tota secante (*DA*) & exterius inter punctum (*D*) & convexã peripheriam (*C*) assumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente (DB) describitur, quadrato; incidens (DB) circulum tanget.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS
Liber Quartus.

IN quarto hoc libro Euclides de variis inscriptionibus figurarum rectilinearum in circulo & earundem circa circulum descriptionibus agit: de inscriptionibus item circuli in eisdem figuris & circuli descriptionibus circa easdem.

Definitiones *hujus libri septem numerantur.*

Propositiones 16. *quæ omnes & singulæ* Problemata *sunt, nec ullum inter eas reperitur* Theorema.

PROBLEMATA.

I. *Propositio.* 1.

IN dato circulo (ABC) rectam lineam (BA) accommodare æqualem datæ rectæ lineæ (D) quæ circuli diametro (BC) non sit major.

Ducatur diameter BC: itaq; si data recta D, æqualis fuerit diametro, aptata erit BC, illi æqualis. Si verò recta D, minor fuerit diametro BC, abscindatur ex ea BE, æqualis ipsi D, & centro B, intervallo autem BC, arcus circuli describatur EA, secans circulum ABC, in A: ducta igitur recta BA, erit ea aptata in circulo ABC, æqualis datæ rectæ D.

II. *Propositio* 2.

IN dato circulo (ABC) triangulum describere, dato triangulo (DEF) æquiangulum.

Ducatur recta GH, tangens circulum in A, fiatq; angulus GAB, angulo F, trianguli dati æqualis, & angulus HAC, an-

H

Digitized by Google

gulo E, æqualis, atq; extendantur rectæ AB, AC, ad circumferentiam usq; in puncta B, & C, coniunganturq; rectâ BC. Dico nunc triangulum ABC, circulo dato inscriptum, esse æquiangulum dato triangulo DEF.

III. *Propositio* 3.

Circa datum circulum (ABC) triangulum describere, dato triangulo (DEF) æquiangulum.

Dati trianguli DEF, unum latus EF, producatur utrinq; ad G, & H, ut ex utraq; parte fiat angulus externus aliquis. Deinde ex centro circuli I, ducatur recta utcunq; AI, & fiat angulus AIB, æqualis angulo DEG, & angulus BIC, angulo DFH. Tertiò ex A, B & C, educantur ad AI, BI, CI, perpendiculares KL, LM, MK, quæ circulum tangant in punctis A, B, C, & hæ coibunt in punctis K, L. & M. Dico nunc triangulum KLM, circa circulum ABC, descriptum esse triangulo DEF, æquiangulum.

IV. *Propositio* 4.

In dato triangulo (ABC) circulum inscribere.

Primò duo anguli B, & C, dividantur bifariam rectis BD, CD, quæ intra triangulum coëant in D. Deinde ducatur ex D, ad latus quodcunq; perpendicularis DE. Tertiò centro D, & radio DE, describatur circulus; hic intra triangulum cadet, & singula ejus latera tanget.

V. *Propositio* 5.

Circa datum triangulum (ABC) circulum describere

Dividantur duo latera AB, AC, bifariam in D, & E, punctis, ex quibus educantur perpendiculares ad dicta latera DF, EF, coëuntes in F. Deinde centro F, radio FA, vel FB, vel

vel FC, describatur circulus; hic triangulum includet, & peripheriâ suâ tribus in locis tanget.

NOTA. *In triangulo rectangulo & obtusangulo facilitatis, non necessitatis gratiâ, sumenda sunt latera circa rectum vel obtusum angulum existentia.*

Hac operatione possumus etiam, per tria proposita puncta in rectam non cadentia circulum describere, *si nempè data puncta tribus rectis jungantur, & triangulum constituatur, ac juxta præcepta jam tradita circulus ei circumscribatur per data proposita tria puncta transiens: sed satiùs est hac in parte sequi præcepta illa, quæ hac de re suprà ad problema 3. libri 3. tradita fuêre.*

VI. *Propositio 6.*

IN dato circulo (ABCD) quadratum describere.

In dato circulo ABCD, cuius centrum E, ducantur duæ diametri AC, BD, sese ad angulos rectos secantes in E, & jungantur rectæ AB, BC, CD, DA, & inscriptum erit quadratum dato circulo.

VII. *Propositio 7.*

CIrca datum circulum (ABCD) quadratum describere.

In dato circulo ABCD, cuius centrum E, ducantur duæ diametri AC, BD, ad angulos rectos sese secantes in E. Deinde per A, B, C, & D, educantur ad diametros lineæ perpendiculares FG, FH, HI, IG, coëuntes in punctis F, H, I, G: vel *per A, & C, puncta ducantur duæ parallelæ ad BD, & per* B, *& D, duæ parallelæ ad AC, quæ itidem coibunt in punctis F, H, I, G, & descriptum erit quadratum circa circulum datum.*

VIII. *Propositio 8.*

IN dato quadrato (ABCD) circulum describere.

Dati quadrati ABCD, latera singula dividantur bifariam in E, F, G, H, & puncta divisionum opposita connectantur rectis EG, HF, sese secantibus in I. Deinde ex I, intervallo IE, describatur circulus; hic quadrato inscribetur & per puncta F, G, H, quoq; transibit.

IX. Propositio 9.

Circa datũ quadratum (ABCD) circulum describere.

In dato quadtato ABCD, ducantur duæ diametri AC, BD, secantes se in E. Deinde centro E, radio EA, vel EB, EC, ED, describatur circulus: hic quadratum includet illudq; in quatuor punctis tanget.

NOTA. *Si circa datum circulum describatur quadratum, & in eodem circulo aliud quadratum inscribatur: erit quadratum circumscriptum quadrati inscripti duplum.*

X. Propositio 10.

Isosceles triangulum (ABD) constituere, quod habeat utrumque eorum, qui ad basin sunt, angulorum (B, D) duplum reliqui (A.)

Sumatur recta linea quævis AB, quæ juxta præcepta problematis 1. libri 2. dividatur in C, ita, ut rectangulum sub tota AB, & segmento minori CB, comprehensum æquale sit quadrato segmenti majoris AC. Deinde centro A, intervallo verò AB, circulus describatur, in quo accommodetur recta BD, æqualis segmento majori AC, jungaturq; recta AD, eritque constitutum triangulum Isosceles, cujus uterq; angulorum ad basin B, & D, duplus est reliqui A.

In

XI. *Propositio* II.

IN dato circulo (ABCDE) pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.

Construatur triangulum Isosceles FGH, ita ut uterq; angulorum ad basin GH, duplus sit reliqui F, per problema proximè præcedens 10. Deinde in circulo dato inscribatur triangulum A CD, æquiangulum triangulo FGH, per problema 2. hujus libri. Tertiò uterq; angulorum C, & D, bifariam dividatur rectis CE, DB, circulo dato terminatis. Quartò rectæ jungantur AB, BC, CD, DE, EA, & descriptum erit pentagonum æquilaterum & æquiangulum in circulo dato.

Quod si detur recta linea terminata CD, super eam constituetur pentagonum æquilaterum & æquiangulum, hoc modo. *Fiat triangulum Isosceles quodcunq; FGH, habens utrumlibet angulorum ad basin G,H, duplum reliqui F. Deinde ad datæ rectæ CD, extremitates constituantur anguli C, & D, æquales angulis G, H, coëantq; rectæ CA, DA, in A, quæ efficient angulum A, angulo F, æqualem: ac propterea etiam trianguli ACD, uterq; angulorum ad basin C, & D, duplus erit reliqui A. Tertiò circa triangulum ACD, describatur circulus, per problema 5. hujus libri, in quo cùm sit inscriptum triangulum ACD, erit recta CD, proposita latus unum in circulo inscribendi pentagoni.*

Idem efficiemus faciliùs, hac ratione: *Recta proposita AB, supra quam pentagonum æquilaterum & æquiangulum constituere volumus, secetur in C, ut lib. 2. problemate 1. traditum fuit. Deinde producatur eadem ad utramq; partem, sintq; AD, BE, majori segmento AC, æquales. Tertiò intervallo datæ rectæ AB, ex A, & D, duo arcus describantur secantes se in F. Quartò ex B, & E, eodem intervallo AB, alij duo describantur intersecantes se in G. Deniq; ex F, & G, eodem semper interval-*

Digitized by Google

lo, alij duo arcus ducantur, dividentes se in A. Si nunc rectæ conjungantur AF, FH, HG, GB, constructum erit pentagonum ABGHF, æquilaterum & æquiangulum super rectam datam AB.

XII. *Propositio* 12.

Circa datum circulum (ABCDE) pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Inscribatur in circulo dato pentagonum æquilaterum & æquiangulum ABCDE, juxta problema 11. præcedens, & ex centro F, ad angulos quinq; pentagoni ducantur rectæ FA, FB, FC, FD, FE, ad easq; excitentur perpendiculares GH, HI, IK, KL, LG, coëuntes in G, H, I, K, L: hæ constituent pentagonum æquilaterum & æquiangulum circa circulum datum descriptum.

XIII. *Propositio* 13.

In dato pentagono (ABCDE) æquilatero & æquiangulo circulum inscribere.

Dividantur duo pentagoni anguli C, D, proximi bifariam rectis CF, DF, quæ coëant in F. Deinde ex F, centro ducatur perpendicularis ad DC, quæ sit FG. Tertiò ex F, radio FG, describatur circulus; hic intra pentagonum cadet & omnia de singula ejus latera tanget.

XIV. *Propositio* 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum (ABCDE) circulum describere.

Divisis duobus angulis proximis C, & D, bifariam rectis CF, DF, coëuntibus in F, ex F, intervallo FC, vel FD, describatur

Digitized by Google

batur circulus, hic extra pentagonum cadet & singulos ejus angulos tanget.

XV. *Propositio* 15.

IN dato circulo (ABCDEF) hexagonum & æquilaterum & æquiangulum inscribere.

Ducta diametro AD, *describatur circulus ex D, intervallo* DG, *qui secet circulum datum in* C, & E, *è quibus per centrum* G, *recta extendantur* CF, EB. *Deinde connectantur rectæ* AB, BC, CD, DE, EF, FA, *& inscriptum erit hexagonum optatum in circulo dato. Hinc colligitur*, hexagoni latus æquale esse semidiametro circuli, cui illud inscribi debet.

Hexagonum circumscribitur circulo *per præcepta problematis 12. hujus libri.*

XVI. *Propositio* 16.

IN dato circulo (ABC) quintidecagonum & æquilaterum & æquiangulum describere.

Constituto triangulo æquilatero D; *inscribatur circulo dato triangulum ei æquiangulum* ABC, *per problema 2. hujus libri, quod etiam æquilaterum erit. Deinde inscribatur quoq; circulo dato pentagonum æquilaterum & æquiangulum* ABFGH, *per problema 11. hujus libri; applicans unum angulorum ad punctum* A. *Tertiò dividatur arcus* EB, *bifariam in* I, *erit arcus* BI, *pars 15. circumferentiæ totius: quare ducta recta* BI, *subtendet 15. partem totius circumferentiæ, cui si aliæ 14. æquales in circulo accommodentur, inscriptum erit in circulo quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum.*

NOTA. *Hoc in loco subjicit Clavius*, qua via quævis figura æquilatera & æquiangula circulo inscribi debeat, *his verbis*

bis. Sit Circulo ABCDEFG, inſcribendum heptagonum æquilaterum & æquiangulum. *Dividatur itaq; ejus quadrans* A *H, in ſeptem partes æquales, in tot videlicet, quot latera angulosve figura inſcribenda continere debet. Deinde ducatur recta* A *G, quæ ſemper quatuor ejuſdem partes ſubtendat, & hæc latus unum erit figuræ inſcribendæ ſeptangulæ. Tertiò arcui* A *G, quatuor partium abſcindantur arcus continue æquales, eiſdemq; arcubus recta ſubtendantur, & inſcripta erit circulo figura propoſita.*

Si verò ſupra datam rectam lineam finitam quævis figura æquilatera & æquiangula deſcribenda ſit, *efficiemus id hac ratione.* Sit ſupra datam rectam AB, conſtituendum pentagonum æquilaterum & æquiangulum. *Productâ* B A, *ad C, ut* A C, *ipſi* A B, *æqualis ſit, deſcribatur ex A, per C, arcus circuli, ductâq; AD, perpendiculari ad* A C, *ut quadrans ſit CD, dividatur quadrans CD, in quinq; partes æquales, in tot videlicet, quot laterum figura conſtruenda ſit, quarum 4. ſint CE, jungaturq; recta AE, quæ ipſi* A B, *æqualis erit. Dico angulum* B A *E, æqualem eſſe angulo pentagoni æquilateri & æquianguli. Deinde circa tria puncta* B, A, *E, circulus deſcribatur juxta præcepta ad problema 3. lib. 3. tradita, & rectis* A B, A *E, rectæ æquales in eo accommodentur* B *H, HG, GE, abſolutum erit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, deſcriptum in circulo ac proinde ſupra datam* A B, *quod faciendum erat.*

Si fortè in promptu habeamus aliquam figuram æquilateram & æquiangulam, cui ſupra datam rectam lineam deſideramus conſtituere ſimilem, ſive ea in circulo aliquo deſcripta ſit, ſive non: *ſatis erit uni ejus angulo æqualem angulum conſtituere* B A *E, in extremo datæ lineæ* A B. *Si namq; poſitâ rectâ* A *E, æquali ipſi* A B, *per tria puncta* B, A, *E, circulus*

lus describatur, in eoque arcus ipsi A E, *aequales continuè abscindantur, iisque rectae subtendantur, perficiemus figuram propositam.*

Potest etiam Pentagonum & Decagonum aequilaterum & aequiangulum una operatione circulo facilimè inscribi, hoc modo. *Sit datus circulus* A B C, *cujus centrum D. Ductâ diametro* B C, *erigatur* D A, *perpendicularis ad* B C. *Deinde divisâ semidiametro* C D, *bifariam in E, ducatur recta* E A, *cui aequalis abscindatur* E F. *Tertiò ducatur* A F, *erit haec latus pentagoni & D F, latus Decagoni in dato circulo inscribendi.*

Placet etiam hîc addere modum, quo vulgò quaevis figura & aequilatera & aequiangula circulo inscribi solet.

Triangulum aequilaterum A B C, inscribitur circulo, *si radio ejus D A, invariato circino sex abscindantur arcus aequales in peripheria, & duo deinde quaelibet puncta non vicina, sed inter illa uno omisso, conjungantur rectâ.*

Quadrangulum *A B C D, inscribitur circulo, ductis duabus diametris A C, & B D, ad angulos rectos sese secantibus, & earum extremitatibus 4. rectis lineis conjunctis.*

Quinquangulum *A B C D E, inscribitur eo, quo suprà, modo, qui facilimus appellatus fuit.*

Sexangulum *A B C D E F, inscribitur, si radius circuli G A, pro latere ejus uno assumptus fuerit.*

Septangulum *A B C D E F G, inscribitur, si in circulo dato ductum fuerit latus unum trianguli aequilateri* A *H, juxta praecepta paulò antè tradita, illudque lineâ ex centro I, ei perpendiculari bisectum fuerit. hoc namque modo distantia puncti intersectionis K, à lateris trianguli extremitate alterutra* A, *vel H, dabit latus Septanguli circulo dato inscribendi.*

Octangulum *A B C D E F G H, inscribitur, si per duas diametros orthogonales* A *E, C G, circulus in 4. partes divisus, ha-*

Digitized by Google

rumq. qualibet in duas alias subdiuisa fuerit, octo arcus æquales constituentes: his enim recta subtensæ, conficient octangulum æquilaterum & æquiangulum quæsitum.

Nonangulum *circulo inscribitur, si ducto latere trianguli æquilateri A B, arcus, quem illud subtendit, in tres partes æquales diuisus, lineaq. uni earum trium partium subtensa assumpta fuerit pro latere uno nonanguli inscribendi.*

Decangulum *inscribitur, si arcus circuli, quem unum quinquanguli latus A B, subtendit bifariam diuisus, & alterutri illarum partium recta subtensa fuerit; hæc namq. erit latus decanguli inscribendi:* vel *obserua præcepta, quæ hac de re paulò antè de pentagono & decagono una operatione circulo inscribendis, tradita fuere.*

Undecangulum *inscribere licet, si dati circuli semidiameter A B, diuidatur in 16. partes, earumq. nouem assumantur, pro latere vndecanguli inscribendi.*

Dodecangulum. *Ducatur in circulo dato latus unum sexanguli A B, arcusq. circumferentiæ, quem illud subtendit, diuidatur bifariam in C, harum partium uni linea subtensa AC, producit latus dodecanguli circulo dato inscribendi.*

Figura 13. laterum *conficitur, si de semidiametro A B, in 27. partes æquales diuisa, 13. partes B C, assumptæ fuerint pro latere uno figuræ 13. laterum inscribendæ.*

Figura 14. laterum *construitur, si arcus circuli, quem latus unum septanguli A B, subtendit, bifariam diuisus in C, rectaq. uni earum partium* A C, *subtensa pro latere figuræ 14. laterum assumpta fuerit.*

Figura 15. laterum *eodem modo circulo inscribi poterit, si arcus ab uno quinquanguli latere, A B, subtensus in 3. æquales partes diuisus rectaq. vni earum A C, subtensa pro latere uno figuræ 15. laterum inscribendæ assumpta fuerit.* Vel *semidiameter D E, di-*

ui-

vidatur in 12. partes, quarum quinq; D F, constituunt latus figuræ 15. laterum.

Figura 16. laterum *inscribitur hoc modo; ducto latere octanguli A B, dividatur arcus ab eo subtensus in duas partes æquales, in C, uniq; earum recta subducatur, hæc constituet latus unum figuræ 16. laterum circulo inscribendæ.*

Figura 17. laterum *conficitur, si semidiameter circuli A B, in 30. partes divisa, earumq; undecim B C, assumptæ fuerint pro latere uno figuræ 17. laterum inscribendæ.*

Figuræ 18. laterum. *Arcus quem subtendit latus nonanguli A B, dividatur bifariam in C, harumq; partium uni subducatur recta, hæc erit latus unum figuræ 18. laterum circulo inscribendæ.* Vel *inscribatur circulo dato latus unum trianguli æquilateri A D, illudq; in 5. partes æquales dividatur, harum una dabit latus unum figuræ 18. laterum, ut antè.*

Figura 19. laterum *circulo inscribitur, si semidiametro A B, in tres partes æquales divisâ, una earum partium B C, pro uno ejus figuræ latere assumpta fuerit.*

Figura 20. laterum. *Dividatur arcus peripheriæ, quem unum decagoni latus A B, subtendit, in partes duas æquales in C, alterutriq; earum subtendatur recta, hæc erit latus figuræ 20. laterum circulo inscribendæ.*

His itaq; perceptis, possumus figuram quotcunq; laterum circulo inscribere: sed quando figura tot latera habere, vel ad certam datam lineam accommodari debet, satiùs erit sequi modum illum, quem suprà ab initio hujus propositionis ex Clavio recitavimus, ubi præcepta figuram quamvis æquilateram & æquiangulam circulo inscribendi, vel eandem ad certam lineam datam accommodandi, habes facillima.

Hac igitur de inscriptione & circumscriptione figurarum dicta

Digitized by Google

nunc sufficiant. Hoc tantùm monendum, figuram quamvis & æquilateram & æquiangulam eadem facilitate circulo circumscribi posse, *si figuram propositam priùs circulo inscribas, posteà præcepta problematis 12. hujus libri observes, ut hîc factum esse vides in figura sexangulari A, septangulari B, octangulari C.*

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Quintus.

H*Actenùs in præcedentibus quatuor libris Euclides egit de quantitate continua absolutè considerata: nunc verò in duobus sequentibus de eadem differit non absolutè, sed prout una ad aliam refertur, hoc est, quatenus comparata cum alia proportionem aliquam habet. Et hoc quinto libro quidem docet proportiones quantitatum continuarum in genere, non descendendo ad ullam quantitatis speciem, ut ad lineam, superficiem vel corpus aliquod. Sexto verò ostendit in specie, quamnam proportionem habeant inter se lineæ, anguli, circumferentiæ circulorum, triangula, & alia figuræ planæ.*

Definitiones *in hoc libro adferuntur 19.*

Propositiones *verò in eo proponuntur 34. quæ omnes & singulæ* Theoremata *sunt, nulla* Problema: *secùs quàm in præcedente libro factum, ubi omnes propositiones Problemata fuère.*

THEOREMATA.

I. *Propositio* I.

SI sint quotcunq; magnitudines (AB, CD) quotcunque

que magnitudinum (E, F) æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices; quàm multiplex est unius (A B) una magnitudo (E) tàm multiplices erunt & omnes (A B, C D) omnium (E, F)

II. *Propositio* 2.

SI prima (A B) secundæ (C) æquè fuerit multiplex, atque tertia (D E) quartæ (F:) fuerit autem & quinta (B G) secundæ (C) æquè multiplex, atque sexta (E H) quartæ (F:) erit & composita prima (A B) cum quinta (B G) secundæ (C) æquè multiplex, atque tertia (D E) cum sexta (E H) quartæ (F.)

III. *Propositio* 3.

SI sit prima (A) secundæ (B) æquè multiplex, atque tertia (C) quartæ (D:) sumantur autem (E, F,) æquè multiplices primæ (A) & tertiæ (C:) Erit ex æquo sumptarum (E, F) utraque, utriusque (B, D,) æquè multiplex, altera quidem (E) secundæ (B,) altera autem (F) quartæ (D.)

IV. *Propositio* 4.

SI prima (A) ad secundam (B) eandem habuerit rationem ut tertia (C) ad quartam (D) Etiam æquè multiplices (E, F,) primæ (A) & tertiæ (C,) ad æquè multiplices (G, H,) secundæ (B) & quartæ (D,) iuxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si, prout inter se respondent; ita sumptæ fuerint.

V. *Propositio* 5.

SI magnitudo (A B) magnitudinis (C D) æquè fuerit

Digitized by Google

multiplex, atque ablata (A E,) ablatæ (CF:) Etiam reliqua (E B) reliquæ (FD) ita multiplex erit, ut tota (A B) totius (CD.)

VI. *Propositio* 6.

SI duæ magnitudines (A B, C D) duarum magnitudinum (E, F,) sint æquè multiplices, & detractæ quædam (A G, C H,) sint earundem (E, F,) æquè multiplices: & reliquæ (G B, H D) eisdem (E, F) aut æquales sunt, aut æquè ipsarum multiplices.

VII. *Propositio* 7.

ÆQuales (A, B) ad eandem (C) Eandem habent rationem: Et eadem (C) ad æquales (A, B.)

VIII. *Propositio* 8.

INæqualium magnitudinum (A, B) maior (A) ad eandem (C) maiorem rationem habet, quam minor (B:) Et eadem (C) ad minorem (B,) maiorem rationem habet, quàm ad maiorem (A.)

IX. *Propositio* 9.

QUæ (A, B) ad eandem (C) eandem habent rationem, æquales sunt inter se: Et ad quas (A, B) eadem (C) eandem habet rationem, eæ quoque sunt inter se æquales.

X. *Propositio* 10.

AD eandem magnitudinem (C) rationem habentium (A, B,) quæ maiorem rationem habet (A) illa maior est. Ad quam autem (B) eadem (C) maiorem rationem habet, illa (B) minor est.

Pro-

Digitized by Google

XI. *Propositio* 11.

QUæ eidem (E F) sunt eædem rationes (A B, C D) & inter se sunt eædem.

XII. *Propositio* 12.

SI sint magnitudines quotcunque proportionales (A B, C D, E F:) quemadmodum se habuerit una antecedentium (A) ad unam consequentium (B) ita se habent omnes antecedentes (A, C, E,) ad omnes consequentes (B, D, F.)

XIII. *Propositio* 13.

SI prima (A) ad secundam (B) eandem habuerit rationem, quam tertia (C) ad quartam (D) tertia verò (C) ad quartam (D) majorem rationem habuerit, quàm quinta (E) ad sextam (F:) Prima quoque (A) ad secundam (B) majorem rationem habebit, quàm quinta (E) ad sextam (F.)

XIV. *Propositio* 14.

SI prima (A) ad secundam (B) eandem habuerit rationem, quam tertia (C) ad quartam (D) Prima verò (A) quàm tertia (C) major fuerit, erit & secunda (B) major quàm quarta (D.) Quòd si prima (A) æqualis fuerit tertiæ (C) erit & secunda (B) æqualis quartæ (D.) Si verò minor (A) & minor (B) erit.

XV. *Propositio* 15.

PArtes (A, B) cum pariter multiplicibus (C D, E F,) in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuò respondent ita sumantur.

Pro-

Digitized by Google

XVI. *Propositio* 16.

SI quatuor magnitudines (A,B,C,D) proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

XVII. *Propositio* 17.

SI compositæ magnitudines (AC, CB & DF, FE) proportionales fuerint; hæ quoque divisæ (AC, CB, & DF, FE,) proportionales erunt.

XVIII. *Propositio* 18.

SI divisæ magnitudines (AB, BC & DE, EF) sint proportionales; hæ quoque compositæ (ABC, & DEF) proportionales erunt.

XIX. *Propositio.* 19.

SI quemadmodum totum (AB) ad totum (CD,) ita ablatum (AE) se habuerit ad ablatum (CF:) & reliquum (E B) ad reliquum (FD) ut totum (AB) ad totum (CD) se habebit.

XX. *Propositio* 20.

SI sint tres magnitudines (A,B,C,) & aliæ ipsis æquales numero (D,E,F,) quæ binæ (AB, DE, & BC, EF) in eadem ratione sumantur: ex æquo autem prima (A) quàm tertia (C) major fuerit, erit & quarta (D) quàm sexta (F) major. Quòd si prima (A) tertiæ (C) fuerit æqualis, erit & quarta (D) æqualis sextæ (F:) Sin illa (A) minor, hæc quoque (D) minor erit.

XXI. *Propositio* 21.

SI sint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipsis æquales nu-

Digitized by Google

numero D, E, F,) quæ binæ, (A B, E F, & B C, D E,) & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio: ex æquo autem prima (A) quàm tertia (C) major fuerit: erit & quarta (D,) quàm sexta (F) major. Quòd si prima (A) tertiæ (C) fuerit æqualis, erit & quarta (D) æqualis sextæ (F;) Si illa (A) minor, hæc quoque (D) minor erit.

XXII. *Propositio* 22.

SI sint quotcunque magnitudines (A, B, C,) & aliæ ipsis æquales numero (D, E, F,) quæ binæ (A B, D E, & B C, E F,) in eadem ratione sumantur: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt (A C, D F.)

XXIII. *Propositio* 23.

SI sint tres magnitudines (A, B, C,) aliæque ipsis æquales numero (D, E, F,) quæ binæ (A B, E F, & B C, D E,) in eadem ratione sumantur, fuerit autem earum perturbata proportio: Etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt (A C, & D F.)

XXIV. *Propositio* 24.

SI prima (A B) ad secundam (C) eandem habuerit rationem, quam tertia (D E,) ad quartam (F;) habuerit autem & quinta (B G) ad secundam (C) eandem rationem, quam sexta (E H) ad quartam (F:) Etiam composita prima cum quinta (A G) ad secundam (C) eandem habebit rationem, quam tertia cum sexta (D H) ad quartam (F.)

XXV. *Propositio* 25.

SI quatuor magnitudines (A, B, C, D) proportionales

Digitized by Google

fuerint: maxima (A) & minima (D) reliquis duabus (B, C) majores erunt.

XXVI. *Propositio* 26.

SI prima (A) ad secundam (B) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (C) ad quartam (D:) Habebit convertendo secunda (B) ad primam (A) minorem proportionem, quàm quarta (D) ad tertiam (C.)

XXVII. *Propositio* 27.

SI prima (A,) ad secundam (B) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (C) ad quartam (D:) Habebit quoque vicissim prima (A) ad tertiam (C) majorem proportionem, quàm secunda (B) ad quartam (D.)

XXVIII. *Propositio* 28.

SI prima (A B) ad secundam (BC,) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (D E) ad quartam (E F:) Habebit quoque composita prima cum secunda (A C) ad secundam (B C) majorem proportionem, quàm composita tertia cum quarta (D F) ad quartam (E F.)

XXIX. *Propositio* 29.

SI composita prima cum secunda (A C) ad secundam (B C) majorem habuerit proportionem, quàm composita tertia cum quarta (D F) ad quartam (E F:) Habebit quoque dividendo prima (A B) ad secundam (B C) majorem proportionem, quàm tertia (D E) ad quartam (E F.)

XXX. *Propositio* 30.

SI composita prima cum secunda (A C) ad secundam (B C) habuerit majorem proportionem, quàm composita ter-

Digitized by Google

tertia cum quarta (D F) ad quartam (E F:) Habeb't per conversionem rationis, prima cum secunda (A C) ad primam (A B.) minorem proportionem, quàm tertia cum quarta (D F) ad tertiam (D E.)

XXXI. *Propositio* 31.

SI sint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipsis æquales numero (D, E, F) sitque major proportio primæ priorum (A) ad secundam (B) quàm primæ posteriorum (D) ad secundam (E.) Item secundæ priorum (B) ad tertiam (C) major, quàm secundæ posteriorum (E) ad tertiam (F.) Erit quoque ex æqualitate major proportio primæ priorum (A) ad tertiam (C) quàm primæ posteriorum (*D*) ad tertiam (F.)

XXXII. *Propositio* 32.

SI sint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipsis æquales numero (D, E, F) sitque major proportio primæ priorum (A) ad secundam (B) quàm secundæ posteriorum (E) ad tertiam (F.) Item secundæ priorum (B,) ad tertiam (C) major, quam primæ posteriorum (D) ad secundam (E:) Erit quoque ex æqualitate, major proportio primæ priorum (A) ad tertiam (C) quam primæ posteriorum (*D*) ad tertiam (F.)

XXXIII. *Propositio* 33.

SI fuerit major proportio totius (A B) ad totum (C D,) quàm ablati (A E,) ad ablatum (C F:) Erit & reliqui (E B) ad reliquum (*F D*,) major proportio, quàm totius (*A B*) ad totum (C D.)

XXXIV. *Propositio* 34.

SI sint quotcunque magnitudines (A, B, C) & aliæ ipsis æquales numero (D, E, F) sitque major proportio primæ priorum (A) ad primam posteriorum (*D*) quàm secundæ (B) ad secundam (E;) & hæc major, quàm tertiæ (C,) ad tertiam (*F*) & sic deinceps: Habebunt omnes priores (A, B, C) simul ad omnes posteriores (D, E, *F*,) simùl, majorem proportionem; quam omnes priores (B, C) relictâ primâ (A,) ad omnes posteriores (E, F) relictâ quoque primâ (*D*:) minorem autem, quam prima priorum (A) ad primam posteriorum (*D*:) majorem denique etiam, quam ultima priorum (C) ad ultimam posteriorum [*F*.]

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Sextus.

CUm Euclides hactenùs in quinto libro egisset de proportione quantitatis continuæ in genere, descendit nunc hoc sexto libro ad ejus species, indicando quamnam proportionem habeant figuræ inter se, agens de figuris similibus & reciprocis; de rectis lineis proportionalibus: de parallelogrammorum applicationib. ad rectas lineas, quæ vel deficiant parallelogrammis similibus, vel excedant: de linea terminata extrema ac media ratione secanda: de proportionibus circumferentiarum, & angulorum, itemq; sectorum in circulis æqualibus.

Definitiones *sex habet.*

Propositiones *verò 33. quarum 10.* Problemata *sunt; reliqua 23.* Theoremata.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMATA.

I. *Propositio.* 9.

A Data recta linea (A B) imperatam partem (A G) auferre.

Ex A, ducatur recta A C, faciens angulum C A B, utcunq. Deinde ex A C, abscindantur tot partes æquales cujuslibet magnitudinis, quota pars detrahenda est ex A B, ut hoc loco tres A D, D E, E F, quia tertia pars ex A B, auferenda est. Tertiò ex F, ad B, ducatur recta F B, cui per D, parallela agatur D G. Dico hanc ex A B tertiam partem A G imperatam abscindere.

Addit hîc Clavius; Quòd si ex A B, auferenda sit pars non aliquota, sed quæ plures aliquotas, non efficientes unam, complectitur, nimirùm quæ contineat quatuor undecimas *A B: Sumenda erunt ex A C, undecim partes æquales usq. ad D, punctum, ex quo ad B, recta ducatur D B: & huic parallela E F, ex E, termino quatuor partium. Nam A F, erit pars imperata, continens quatuor undecimas ipsius A B.*

II. *Propositio* 10.

Datam rectam lineam (A B) insectam similiter secare, ut data altera recta (A C) secta fuerit.

Conjungantur datæ duæ lineæ A B, & A C, ad A, facientes angulum quemcunq. B A C, & connectatur recta B C. Deinde ex D, E, sectionum punctis ipsius A C, ducantur D F, E G, parallela ipsi B C. Dico nunc rectam A B, similiter esse sectam in F, & G, ut est secta A C, in D, & E.

Hic docet quoq. Clavius, datam lineam rectam in partes quotcunque æquales dividere. *Idem fecit ad propositionem 40. Libri primi: hujus verò dividendæ præcepta nos in problemate 5. lib. 1. tradidimus.*

III. *Propositio* 11.

DUabus datis rectis lineis (AB, AC) tertiam proportionalem (CE,) adinvenire.

Data recta AB, AC, ita disponantur, ut efficiant angulum A, quemcunq. Deinde producatur AB, quam volumus esse antecedentem, & in ea capiatur BD, aequalis ipsi AC, quae consequens esse debet, sive media. Tertiò ducatur recta BC, eiq. ex D, agatur parallela DE, occurrens ipsi AC, producta in E; Dico nunc CE, esse tertiam proportionalem quaesitam. Ut enim AB, se habet ad AC, ita AC, se habet ad CE.

NOTA. *Inventâ tertiâ lineâ continuè proportionali, si primam omiseris & aliis duabus tertiam inveneris, habebis quatuor lineas continuè proportionales; Ut, si lineis A & B, adjuveniatur tertia proportionalis D, erunt quatuor lineae, A, B, C, D, continuè proportionales.*

Eadem arte reperietur quinta proportionalis, sexta, septima, octava, & sic consequenter.

IV. *Propositio* 12.

TRibus datis rectis lineis (AB, BC, AD) quartam proportionalem (DE) invenire.

Disponantur prima duae AB, BC, secundum lineam rectam, quae sit AC: tertia verò AD, cum prima AB, faciat angulum A, quemcunq. Deinde ex B, ad D, recta ducatur BD, cui per C, parallela ducatur CE, occurrens rectae AD, productae, in E, puncto. Dico nunc DE, esse quartam proportionalem quaesitam.

Hinc facilè eruitur, quâ ratione, datis duabus lineis rectis, duae aliae in eadem cum illis proportione reperiri possint. *Si enim datae sint duae rectae lineae A, B, in quacunq. proportione, & tertia qualibet accipiatur C, & ei quarta proportionalis inve-*

veniatur D, per præcepta nunc tradita, ut sit sicut A, ad B, ita C, ad D, factum erit, quod proponitur.

Eadem arte invenientur sex lineæ, octo, decem, duodecim &c. quarum binæ semper eandem habeant proportionem.

Docet hîc Clavius; Tribus datis rectis lineis, quartam invenire, quæ sit ad tertiam, ut prima ad secundam : *hoc modo. Disponantur primæ duæ A B, B C, in directum, ut faciant rectam A C, ita tamen ut secunda B C, priori loco ponatur, prima verò A B, posteriori: Tertia verò C D, cum secunda B C, faciat angulum C, quemcunq. Deinde ex B, ad D, recta ducatur B D, cui per A, parallela ducatur A E, occurrens rectæ C D, productæ in E. Dico nunc E D, esse quartam quæsitam & habere ad D C, tertiam, eam proportionem, quam habet A B, prima, ad B C, secundam.*

V. *Propositio* 13.

DUabus datis rectis lineis (A B, B C,) mediam proportionalem (B D) invenire.

Disponantur data duæ lineæ A B, B C; secundum lineam rectam A C, & dividatur A C, bifariam in E, ac ex E, centro, intervallo E A, vel E C, describatur semicirculus A D C. Deinde ex B, erigatur ad A C, perpendicularis B D, ad circumferentiam usq. Dico nunc B D, esse mediam proportionalem inter A B, & B C, hoc est, sicut se habet A B, ad B D; ita se habet quoque B D, ad B C.

Addit hoc in loco Clavius ex Peletario. Quomodo datâ rectâ lineâ A C, aliam rectam datam A B (quæ minor non sit, quàm dupla illius A C) ita secare liceat, ut data recta A C, sit media proportionalis inter segmenta A F, F B, hujus A B. *Disponantur rectæ A B, A C, datæ ad angulum rectum B A C, & dividatur A B, bifariam in D, ac ex D, centro, intervallo*

vallo DA, vel DB, describatur semicirculus AEB. Deinde per C, ducatur ipsi AB, parallela CE, secans vel tangens circumferentiam in puncto E (secabit autem eam, si AC, minor fuerit, quàm dimidium rectæ AB, hoc est, semidiameter: tanget autem eandem circumferentiam, si æqualis fuerit dimidio rectæ AB, hoc est, semidiametro) à quo demittatur ad AB, perpendicularis EF; Dico nunc AC, esse mediam proportionalem inter segmenta AF, FB, datæ rectæ AB.

VI. *Propositio* 18.

A Data recta linea (AB) dato rectilineo (CDEFG,) simile, similiterque positum rectilineum (ABHIK) describere.

Ex quolibet angulo dati rectilinei CDEFG, ut ex F, ducantur ad singulos angulos oppositos rectæ lineæ, quæ rectilineum datum resolvant, in triangula CDF, DEF, FGC. Deinde angulo CDF, æqualis fiat angulus BAI; & angulo CDF angulus ABI, coëantq; rectæ AI, BI, in I, puncto. Tertiò angulo FDE, æqualis fiat angulus IBH, & angulo DFE, angulus BIH; coëantq; rectæ BH, IH, in H. Quartò angulo CFG, fiat æqualis angulus AIK, & angulo FCG, angulus IAK, coëantq; rectæ AK, IK, in K, puncto. Atq; ita procedatur, donec absolvantur omnia triangula rectilinei propositi, si plura extiterint; & rectilineum hac ratione constructum rectilineo proposito simile erit, similiterq; positum.

Dicuntur autem rectilinea, super lineas rectas descripta, esse similia & similiter posita, quando anguli æquales constituuntur super ipsas rectas lineas, & tàm reliqui æquales anguli, quàm latera proportionalia semper ordine sese consequuntur.

Subycit hic Clavius modum, quo Problema propositum expeditiùs conficere possumus, rectilineum datum vel augendo, vel dimi-

Digitized by Google

diminuendo, *his verbis*. Sit dato rectilineo ABCDEF, super datam rectam G, vel aliam ei æqualem, describendum simile rectilineum similiterque positum. *Productis duobus lateribus AB, AF, circa angulum A, educantur ex A, per omnes alios angulos rectæ AC, AD, AE, quantum libet. Deinde ex AB, abscindatur AH, æqualis datæ rectæ G, vel certè ex ipsa AB, ulteriùs producta, si fortè G, fuerit major, quam AB. Post hæc per H, agatur recta HI, lateri BC, parallela, & per I, recta IK, lateri CD, parallela, & sic deinceps, donec omnia latera suas habeant parallelas, demptis duobus lateribus productis AB, AF, factumq; erit, quod proponitur; hoc est, figura AHIKLM super rectam AH, datæ rectæ G, æqualem, similis erit similiterq; posita figuræ propositæ ABCDEF, super rectam AB, constitutæ.*

VII. *Propositio* 25.

Dato rectilineo (A) simile similiterque positum (C) & alteri dato (B) æquale idem constituere.

Super CD, unum dati rectilinei A, latus, cui simile constitui debet, constituatur parallelogrammum CE, in quovis angulo, æquale rectilineo A, per problema 13. libri primi: & super rectam DE, in angulo EDG, qui æqualis sit angulo DCF, parellelogrammum DH, æquale ipsi B, per problema 12. dicti libri, eritq; tàm CDG, quàm FEH, linea una recta. Inveniatur nunc inter rectas CD, DG, media proportioralis IK, per problema 5. hujus libri, super quam constituatur rectilineum L, simile ipsi A, similiterq; positum, per problema 6. hujus. Dico L, æquale esse alteri rectilineo B.

VIII. *Propositio* 28.

Ad datam lineam rectam (AB) dato rectilineo (C) æquale

Digitized by Google

quale parallelogrammum (A P) applicare, deficiens figura parallelogramma (PB) quæ similis sit alteri parallelogrammo dato (D.) Oportet autem datum rectilineum (c) cui æquale applicandum est, non majus esse eo, quod ad dimidiam applicatur, cùm similes fuerint defectus, & ejus, quod ad dimidiam applicatur, & ejus, cui simile deesse debet.

Secetur data A B, bifariam in E, & super medietatem E B, describatur parallelogrammum E F G B, simile ipsi D, similiterq; positum, per problema 6. hujus lib. & compleatur totum parallelogrammum A H G B. Si igitur parallelogrammum A H F E, æquale est rectilineo C, cum sit applicatum ad A B, deficiens parallelogrammo E F G B, simili ipsi D, factum erit quodjubetur.

Si autem Parallelogrammum A F majus est rectilineo dato C, (minus enim esse non debet) quæratur ejus excessus super rectilineum datum, C, qui sit I, per præcepta ad problemata 13. lib. 1. tradita; & constituatur parallelogrammum K L M N, simile quidem similiterq; positum ipsi D, seu ipsi E G, æquale verò excessui invento I: ut sit E G, parallelogrammum æquale rectilineo C, & parallelogrammo K M, simùl, & ob id majus, quàm K M. Deinde abscindantur rectæ F O, F Q, æquales ipsis K N, K L, & completo parallelogrammo F Q P O, erit hoc ipsi L N, æquale & eidem simile similiterq; positum, & propterea ipsi E G, atq; adeò circa eandem diametrum cum E G, consistet, quæ sit B F, Tertiò producantur rectæ Q P, O P, erit parallelogrammum A P, ad rectam A B, applicatum æquale rectilineo C, dato, deficiens parallelogrammo P B, quod simile est ipsi E G, similiterque positum, & propterea ipsi D, dato.

IX. *Propositio.* 29.

Ad datum rectam lineam (AB) dato rectilineo (c) æquale pa-

le parallelogrammum (A P) applicare, excedens figura parallelogramma (R Q) quæ similis sit parallelogrammo alteri (D) dato.

Data recta A B, dividatur bifariam in E & super dimidiam E B, construatur parallelogrammum E F G B, simile ipsi D, dato, similiterq; positum, per problema 6. hujus libri. Deinde rectilineo C, & parallelogrammo E F G B, constituatur quadratum æquale H, per problema 2. libri, 2, cui quidem æquale fiat parallelogrammum I K L M, simile verò ipsi E F G B, similiterq; positum; eritq; propterea I K L M, majus quàm E F G B, quia æquale est quadrato H, quod rectilineo C, & parallelogrammo E G, constructum est æquale. Deinde producantur F E, F G, ut recta F O, F N, æquales sint rectis I M, I K, & completo parallelogrammo O N, erit hoc simile similiterq; positum ipsi E G, cum sit æquale ipsi M K, & simile similiterq; positum: quare parallelogramma O N, E G, circa eandem diametrum consistent, quæ sit F P. Tertiò producantur A B, B G, ad Q & R, & P O, donec cum A S, ipsi F O, parallela conveniat in S, erit parallelogrammum A P, applicatum ad rectam A B, æquale rectilineo C, excedens parallelogrammo Q R, quod simile est ipsi E G, ac propterea quoq; ipsi D, dato.

X. *Propositio.* 30.

Propositam rectam lineam terminatam (A B) extrema, ac media ratione secare.

Describatur super datam A B, quadratum A B C D, & ad latus D A, applicetur rectangulum D F, æquale quadrato A C, & excedens parallelogrammo A F, simili ipsi quadrato, per problema 9. hujus, ita ut sit A F, quoq; quadratum, cum quadrato solùm quadratum sit simile: secet autem recta E F, rectam A B, in H. Dico A B, sectam esse in H, extrema ac media ratione.

Secundum autem extremam & mediam ratione recta linea

secta esse dicitur, cùm ut tota ad majus segmentum, ita majus ad minus segmentum se habuerit.

Breviùs, quod hoc problema docuit, perficere. *Dividatur data A B, in C, ita ut rectangulum sub tota A B, & segmento minori C B, æquale sit quadrato alterius segmenti majoris A C, per problema 1. lib. 2. Dico nunc A B, esse sectam extrema & media ratione. Ut enim se habet tota A B, ad segmentum majus A C, ita se habet idem segmentum majus A C, ad segmentum minus C B.*

THEOREMATA.

I. *Propositio* 1.

Triangula (A B C, D E F.) & parallelogramma (B C A G, E F H L) quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se, ut bases (B C, E F.)

II. *Propositio* 2.

Si ad unum trianguli (A B C) latus (B C) parallela ducta fuerit recta quædam linea (D E) hæc propositionaliter secabit ipsius trianguli latera (A B, A C.) Et si trianguli latera (A B, A C) propositionaliter secta fuerint, quæ ad sectiones (D, E) adjuncta fuerit recta linea (D E,) erit ad reliquum ipsius trianguli latus (B C) parallela.

Propositionaliter autem secta esse latera dicuntur, quando A D, *ad* D B, *se habet, sicut* A E, *ad* E C, *vel contrà.*

III. *Propositio* 3.

Si trianguli (A B C) angulus (A) bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea (A D) secuerit & basin (B C) Basis segmenta (B D, D C) eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera (B A, A C.) Et si basis

Digitized by Google

basis segmenta (BD, DC) eandem habeant rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera (BA, AC,) recta linea (AD,) quæ à vertice (A) ad sectionem (D) producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum (A.)

IV. *Propositio* 4.

Æ Quiangulorum triangulorum (ABC, DEC,) proportionalia sunt latera, quæ circa æquales angulos; & homologa sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur.

Proportio laterum, *Ut se habet AB, ad BC, ita DE, ad EC. Deinde, ut BC, ad CA, ita EC, ad CD. Tertiò, ut AB, ad AC, ita DE, ad DC.*

Æquales anguli *ABC & DEC: item BAC & EDC. item ACB, & DCE.*

Latera homologa, *BC, EC, & BA, ED, & AC, DC.*

V. *Propositio* 5.

SI duo triangula (ABC, DEF) latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, sub quibus & homologa latera subtenduntur.

VI. *Propositio* 6.

SI duo triangula (ABC, DEF) unum angulum (B) uni angulo (E) æqualem, & circum æquales angulos (B, E,) latera (AB, BC, & DE, EF,) proportionalia habuerint; æquiangula erunt triangula, æqualesque habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.

Digitized by Google

VII. *Propositio* 7.

SI duo triangula (ABC, DEF,) unum angulum (A) uni angulo (D) æqualem, circa autem alios angulos (C, F,) latera proportionalia habeant: reliquorum verò (B, E,) simùl utrumque aut minorem, aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos sunt proportionalia latera.

VIII. *Propositio* 8.

SI in triangulo rectangulo (ABC) ab angulo recto (BAC) in basin (BC) perpendicularis (AD) ducta sit: quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipsa inter se similia sunt.

Ex hoc theoremate colligitur, perpendicularem, quæ in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin demittitur, esse mediam proportionalem inter duo basis segmenta: & utrumlibet laterum angulum rectum includentium, medium proportionale esse inter totam basin & illud segmentum, quod ei lateri adjacet.

IX. *Propositio* 14.

ÆQualium (ABCD, BEFG) & unum (ABC) uni (EBG,) æqualem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera (AB, BG, & EB, BC,) quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos; illa sunt æqualia.

X. *Propositio* 15.

ÆQualium (ABC, DBE,) & unum (B) uni (B) æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca sunt

Digitized by Google

sunt latera (A B, B E, & D B, B C,) quæ circum æquales angulos; & quorum triangulorum unum angulum uni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

XI. *Propositio* 16.

SI quatuor rectæ lineæ (A B, F G, E F, B C) proportionales fuerint, quod sub extremis (A B, B C,) comprehenditur rectangulum, æquale est ei, quod sub medijs (FG, EF,) comprehenditur, rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquale fuerit ei, quod sub medijs continetur, rectangulo: illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

Dicuntur autem 4. lineæ proportionales esse, quando prima se habet ad secundam, sicut tertia ad quartam.

XII. *Propositio* 17.

SI tres rectæ (A B, E F, B C,) sint proportionales; quod sub extremis (AB, BC,) comprehenditur rectangulum, æquale est ei, quod à media (E F,) describitur quadrato. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquale sit ei, quod à media describitur, quadrato; illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

Dicuntur verò tres rectæ proportionales, quando prima se habet ad secundam, sicut secunda ad tertiam.

Hinc etiam colligitur quamlibet rectam lineam esse mediam proportionalem inter quasvis alias duas rectas, quæ comprehendunt rectangulum quadrato illius lineæ æquale.

XIII. *Propositio* 19.

SImilia triangula (ABC, DEF,) inter se sunt in duplicata

cata ratione homologorum laterum (BC, EF,) vel (AB, DE,) vel (AC, DF.)

Itaq; si fuerint tres rectæ proportionales, erit ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam descriptum ad triangulum super secundam simile similiterq; descriptum.

XIV. *Propositio* 20.

SImilia polygona (ABCDE,) & (FGHIK,) in similia triangula (a, b, c,) dividuntur, & numero æqualia, & homologa totis polygonis: Et polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Itaque si fuerint tres rectæ proportionales, erit ut prima ad tertiam, ita Polygonum super primam descriptum ad polygonum super secundam simile similiterq; descriptum: vel *ita erit polygonum super secundam descriptum ad polygonum super tertiam simile similiterq; descriptum.*

Hic etiam demonstrat Clavius sequens theorema. Si linea recta dupla fuerit lineæ rectæ, quadratum illius quadruplum erit quadrati hujus: *Et contrà,* si quadratum quadruplum fuerit quadrati, latus illius duplum erit lateris hujus.

XV. *Propositio* 21.

QUæ (ABC, DEF,) eidem rectilineo (GHI,) sunt similia, & inter se sunt similia.

XVI. *Propositio* 22.

SI quatuor rectæ lineæ (AB, CD, EF, GH,) proportionales fuerint: Et ab eis rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt. Et si à rectis lineis similia simi-

Digitized by Google

ſimiliterque deſcripta rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

XVII. *Propoſitio* 23.

Æ Quiangula parallelogramma (ABCD, CEFG,) inter ſe rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

XVIII. *Propoſitio* 24.

I Nomni parallelogrammo (ABCD,) quæ circa diametrum (AC,) ſunt parallelogramma, & toti, & inter ſe ſunt ſimilia.

XIX. *Propoſitio* 26.

S I à parallelogrammo (ABCD,) parallelogrammum (AEFG,) ablatum ſit, & ſimile toti, & ſimiliter poſitum, communem cum eo habens angulum (EAG;) hoc circum eandem cum toto diametrum (AC,) conſiſtet.

XX. *Propoſitio* 27.

O Mnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam lineam (AB,) applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis, ei, quod à dimidia deſcribitur; maximum id eſt, quod ad dimidiam (AC) applicatur parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.

XXI. *Propoſitio* 31.

I N rectangulis triangulis (ABC,) figura quævis à latere (BC;) rectum angulum (A,) ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles & ſimiliter poſitæ

à lateribus (A B, A C,) rectum angulum (A) continentibus describuntur.

XXII. *Propositio* 32.

SI duo triangula (A B C, D C E,) quæ duo latera (A B, A C,) duobus lateribus (D C, D E,) proportionalia habeant, secundum unum angulum (A C D,) composita fuerint, ita ut homologa eorum latera (A B, D C & A C, D E,) sint etiam parallela: tùm reliqua illorum triangulorum latera (B C, C E,) in rectam lineam collocata reperientur.

XXIII. *Propositio* 33.

IN æqualibus circulis (A B C, E F G,) anguli eandem habent rationem cum peripherijs (B C, F G,) quibus insistunt, sive ad centra (D, H,) sive ad peripherias (A, E,) constituti insistant: Insuper verò & sectores, quippe qui ad centra consistunt.

Demonstratur hîc etiam à Clavio sequens theorema. Si duo aut plures circuli ex eodem centro describantur, atque ex centro duæ aut plures rectæ lineæ ducantur; erunt arcus inter quascunque duas lineas intercepti similes.

Finis partis posterioris.

A01 146 1544

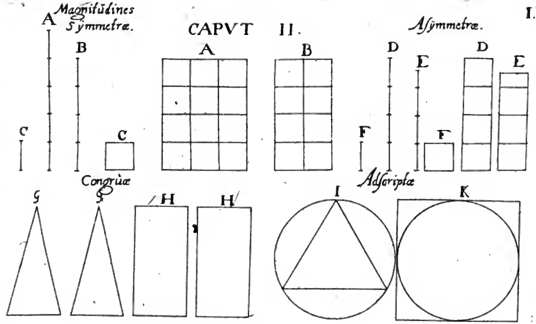
Digitized by Google

Errata Typographica.

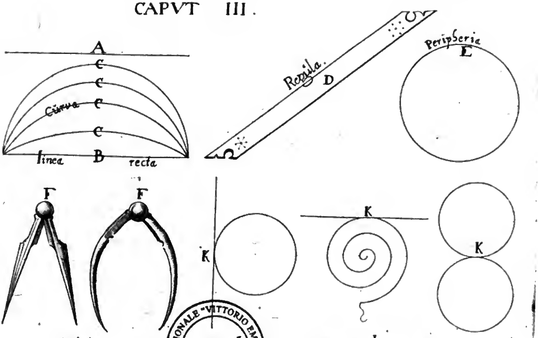
Pagina 12. linea 12. pro aquitermiua, lege aquitermina.
Pag. 15. lin. 1. pro Icosaëdum, lege Icosaëdrum.
Pag. 21. lin. 10. pro methoto, lege methodo.
Pag. 24. lin. 8. pro eam, lege eum.
Pag. 41. lin. 15. pro indictat, lege indicat.
Pag. 52. lin. 24. pro contractum, lege contactum.
Pag. 84. lin. 16. 18. 21. pro propositionaliter, lege proportionaliter.

Digitized by Google

CAPVT II.



CAPVT III.



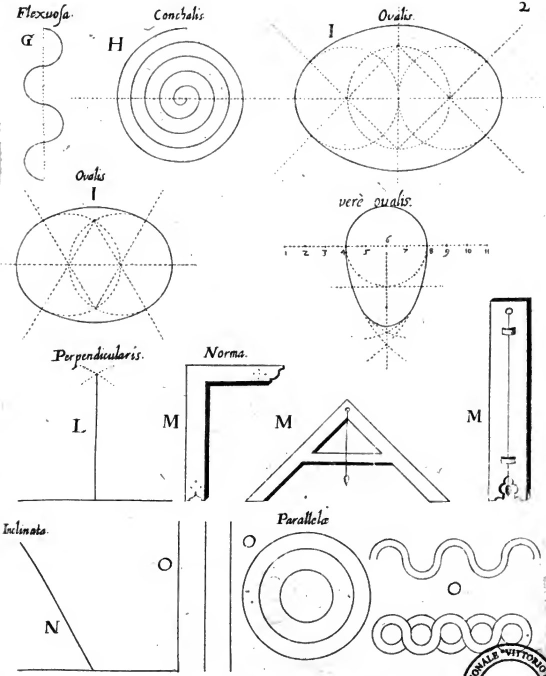
Circinus.

Tactus linearum.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Digitized by Google

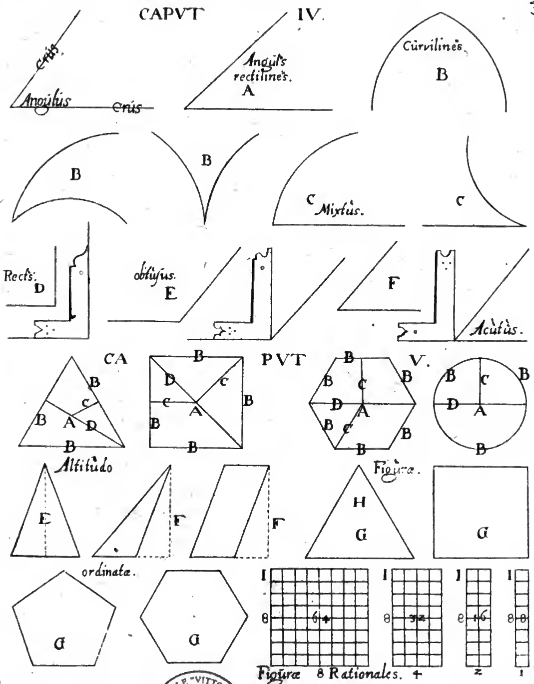
Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Google

Digitized by Google

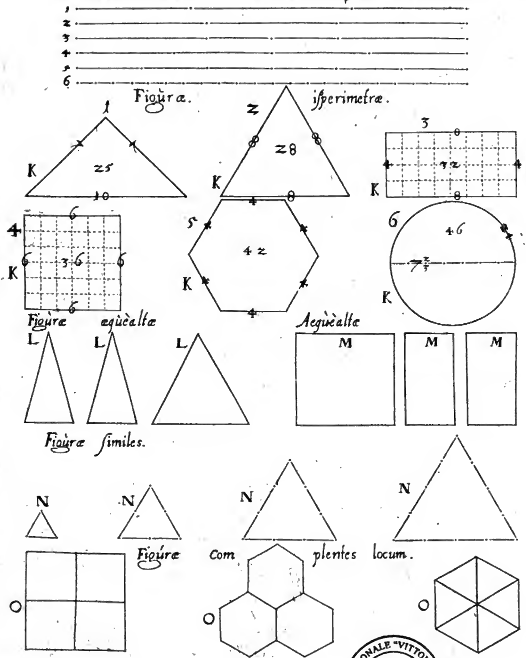


BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

AMBITVS SINGVLARVM FIGVRAVM 24 PEDVM

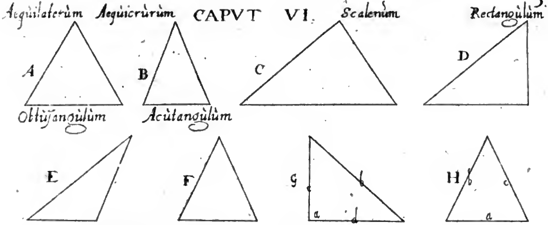


BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

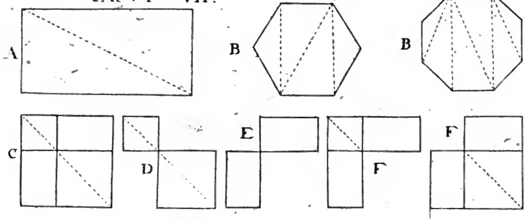
Digitized by Google

Digitized by Google

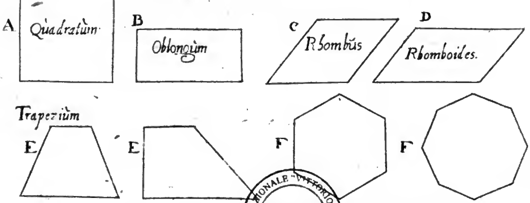
CAPVT VI.



CAPVT VII.



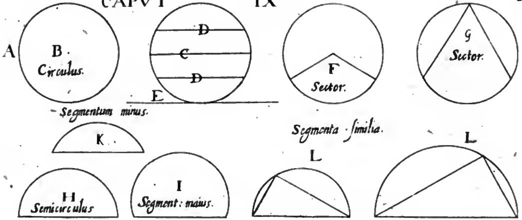
CAPVT VIII.



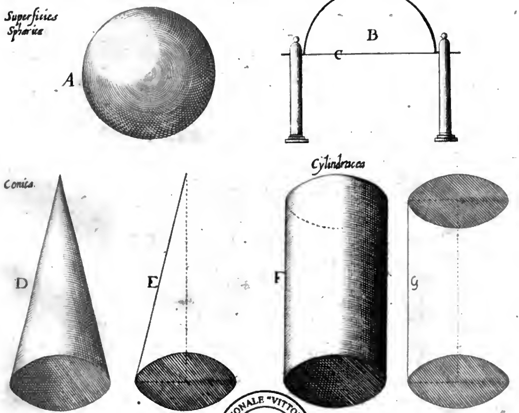
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Digitized by Google

CAPVT IX



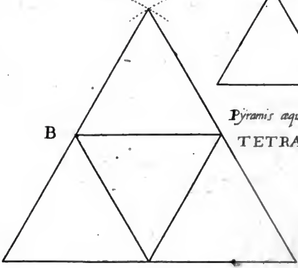
CAPVT X

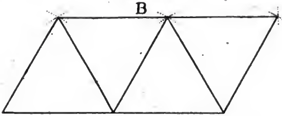


BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI
Digitized by Google

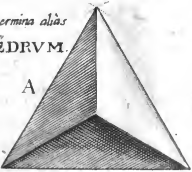
Digitized by Google

CAPVT XI

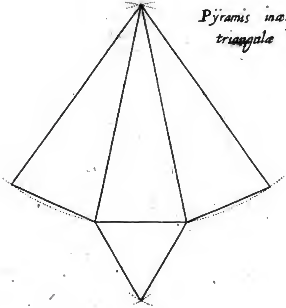


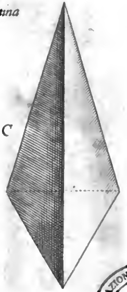


Pyramis æquitermina aliàs
TETRAËDRVM.



Pyramis inæquitermina triangulæ basis.



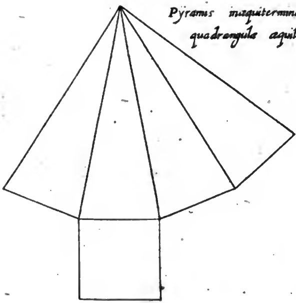


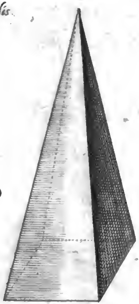
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

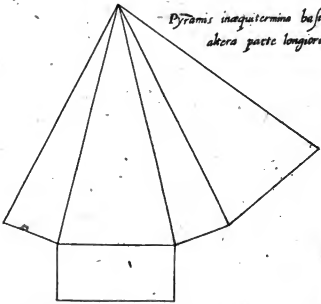
Pyramis inæquitermina basis quadrangula æquilatera.





D

Pyramis inæquitermina basis quadrangula altera parte longioris.

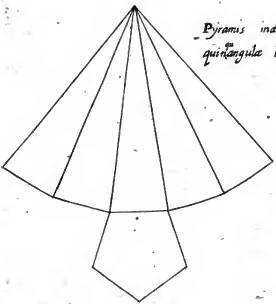




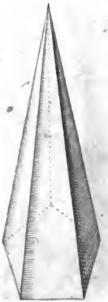
E

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

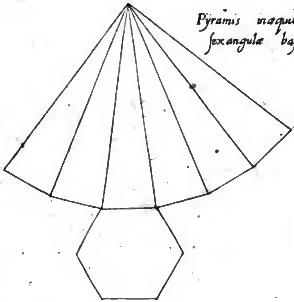
Pyramis inæquitermina quinangulæ basis.



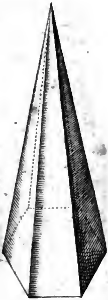
F



Pyramis inæquitermina sexangulæ basis.

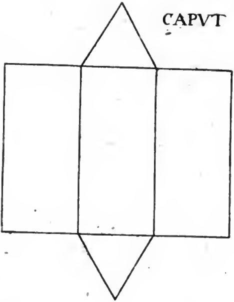


G



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

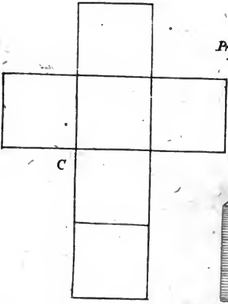
CAPVT XII.



Prisma pentaëdrum



A

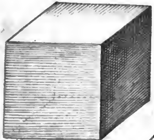


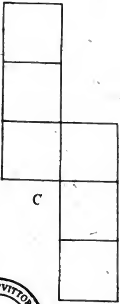
C

Prisma pentaëdratum, hexaëdrum, parallelepipedum, rectangulum, æqualium hedrarum, aliàs

CVBVS.

B



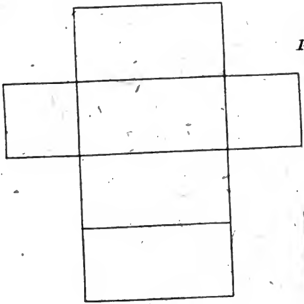


C

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

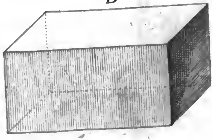
Digitized by Google

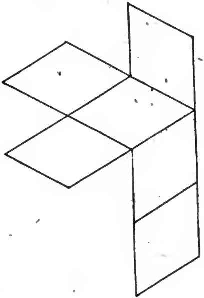


Prisma pentaëdratum, hexaëdrum parallelepipedum, rectangulum, inæqualium hedrarum, aliàs.

OBLONGVM.

D

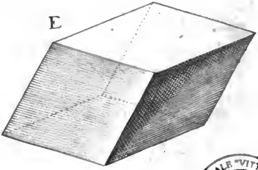




Prisma pentaëdratum, hexaëdrum parallelepipedum obliquangulum æqualium hedrarum aliàs

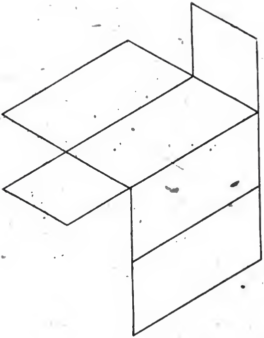
RHOMBVS.

E



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

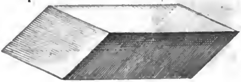
Digitized by Google

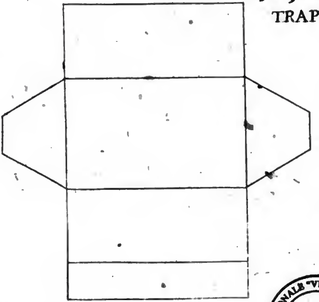


Prisma pentaëdratum, hexaëdrum, parallelepipedum, obliquangulum, inæqualium hedrarum.alias

RHOMBOIDES.

F

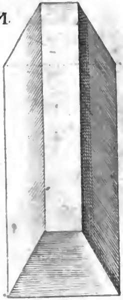




Prisma pentaëdratum, hexaëdrum.

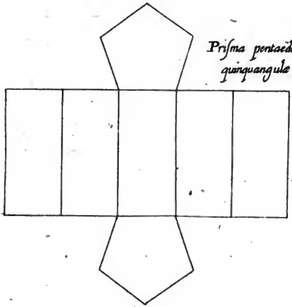
TRAPEZIVM.

G

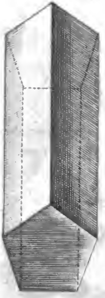


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III - NAPOLI

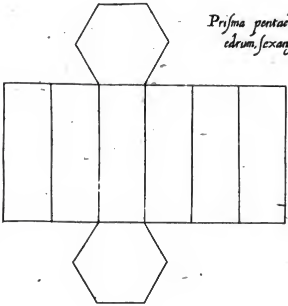
Digitized by Google



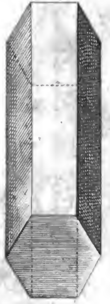
Prisma pentaëdratum polyëdrum, quinquangulæ basis.



H



Prisma pentaëdratum poly. edrum, sexangulæ basis.



I

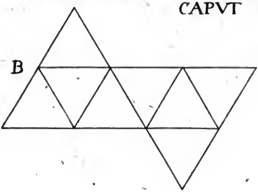
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

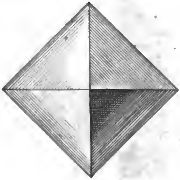
Polÿedrum mistum ordinatum triangulæ basis, alias OCTAËDRVM.

CAPVT XIII

B

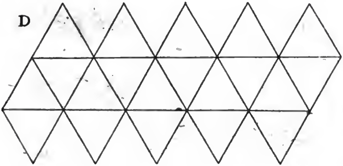


A

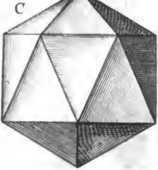


Polÿedrum mistum ordinatum triangulæ basis, alias ICOSAËDRVM.

D

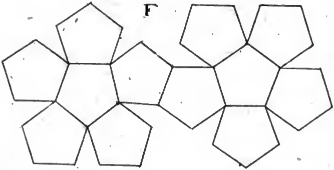


C

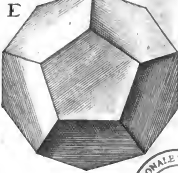


Polÿedrum mistum ordinatum quinquangulæ basis alias DODECAËDRVM.

F



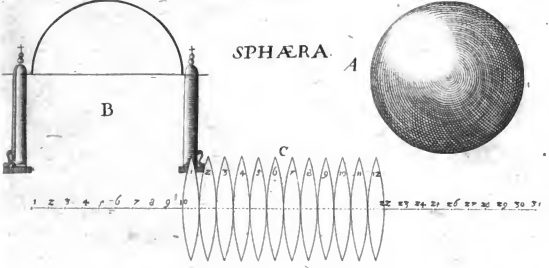
E



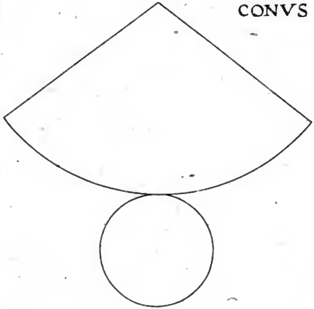
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE" NAPOLI

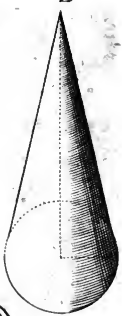
Digitized by Google

SPHÆRA



CONVS *acutangulus*



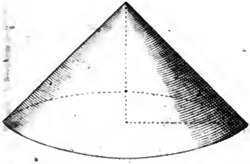


BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google

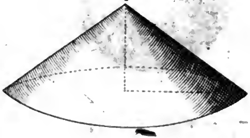
CONVS *rectangulus.*

D

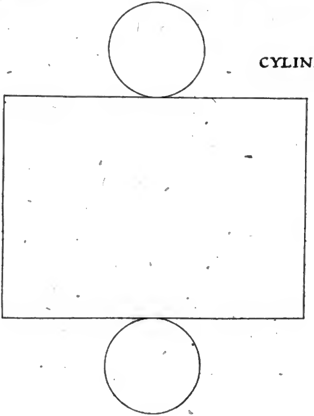


CONVS *obtusangulus.*

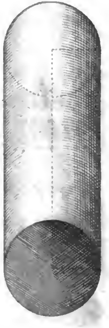
F



CYLINDRVS.

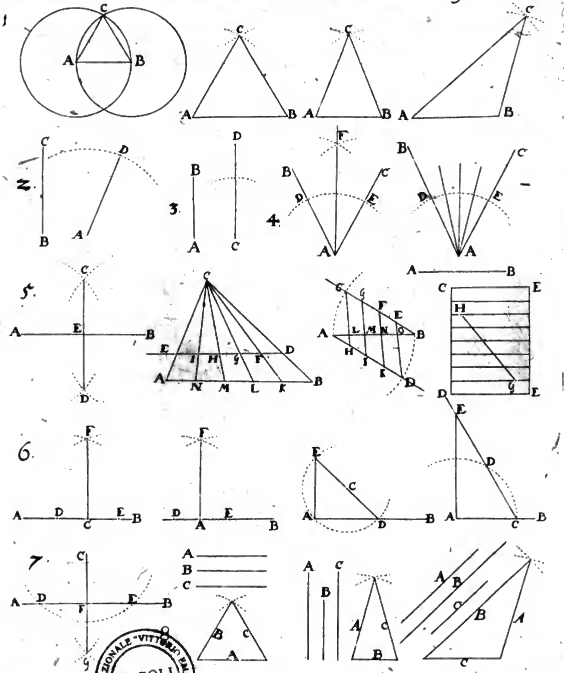


G



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI
Digitized by Google

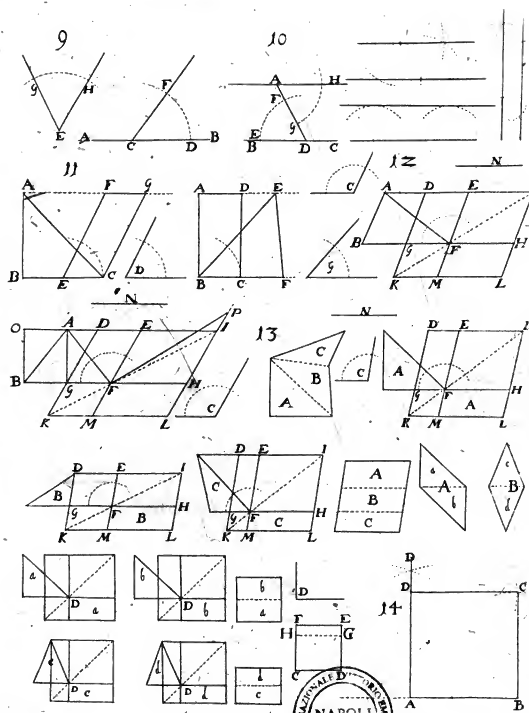
Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III · NAPOLI

Digitized by Google

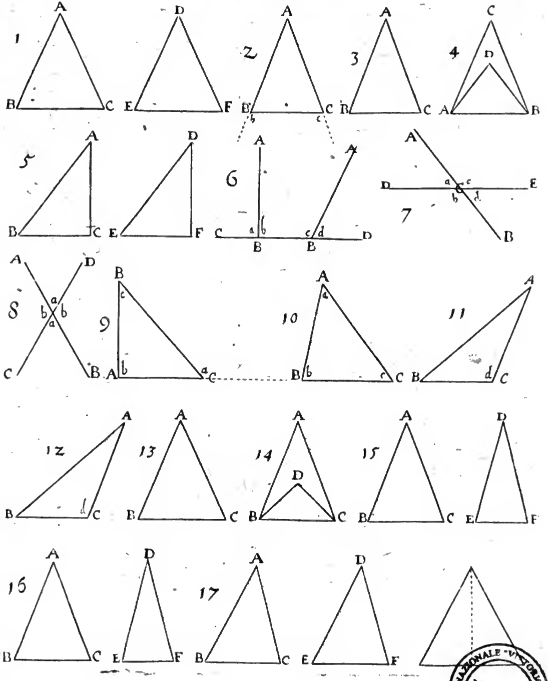
Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

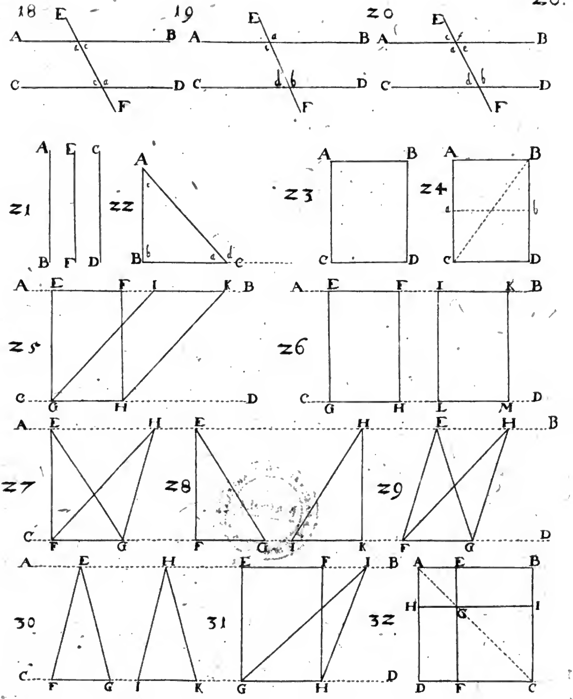
Digitized by Google

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE NAPOLI

Digitized by Google

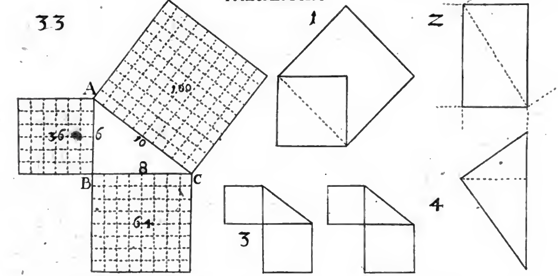


Digitized by Google

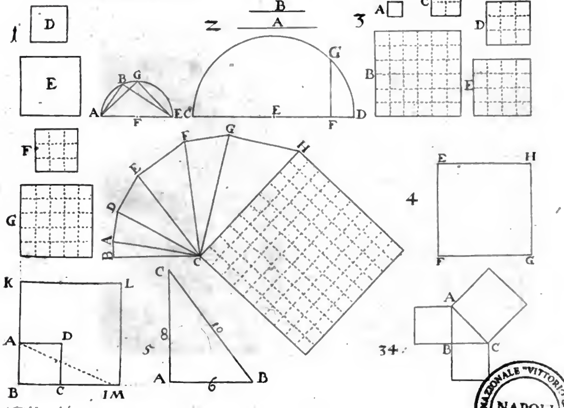
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Digitized by Google

THEOREMATA



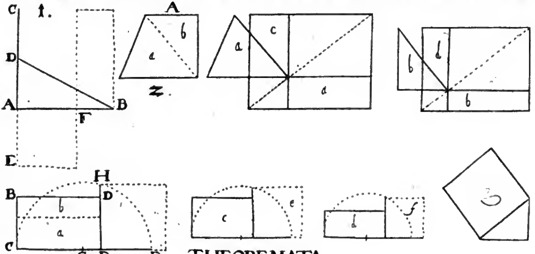
PROBLEMATA.



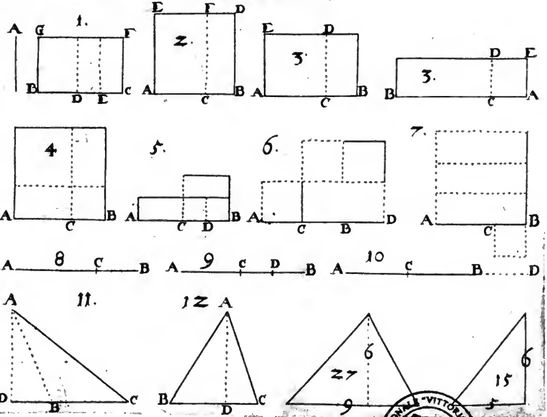
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

PROBLEMATA LIBRI SECVNDI ELEMENT. GEOMET. EVCLID.

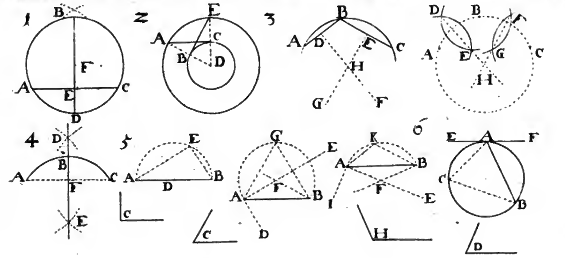


THEOREMATA.

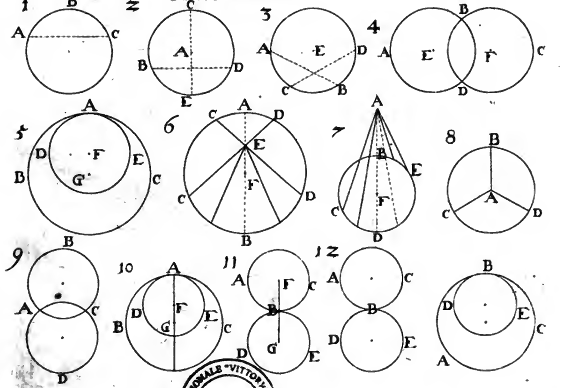


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EM. III NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google



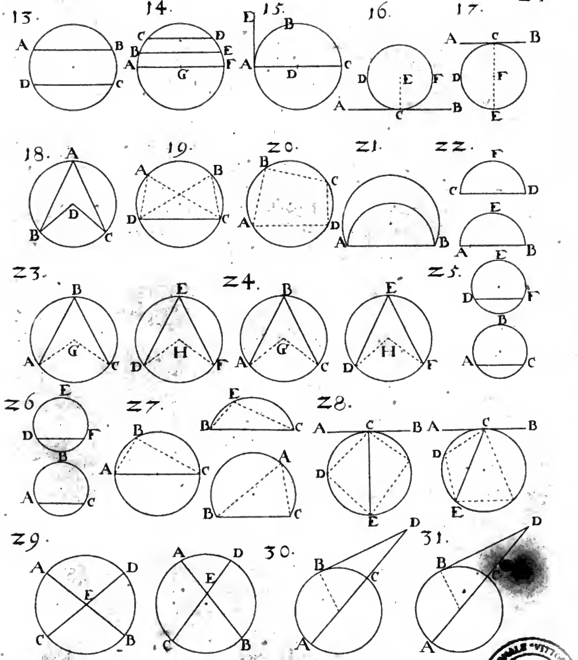
THEOREMATA



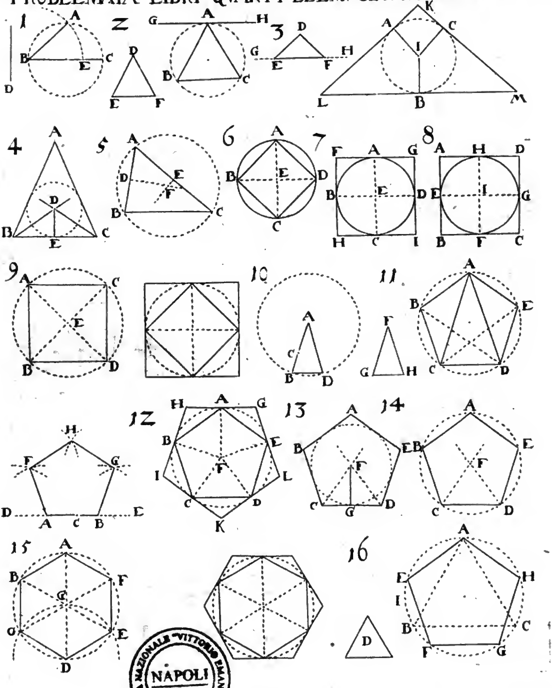
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google



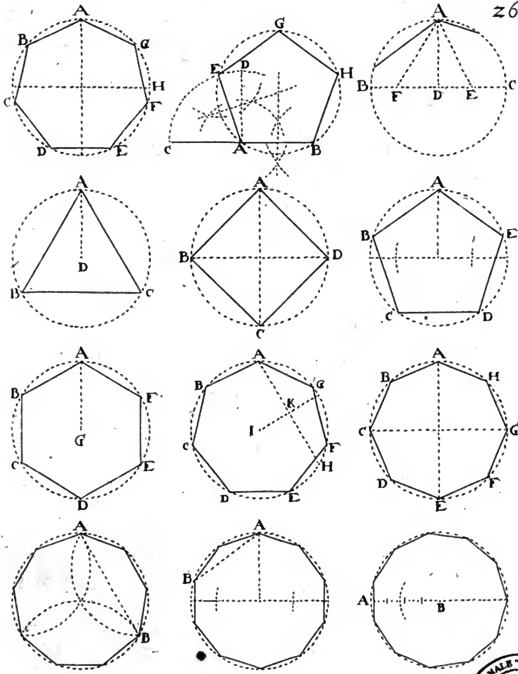
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

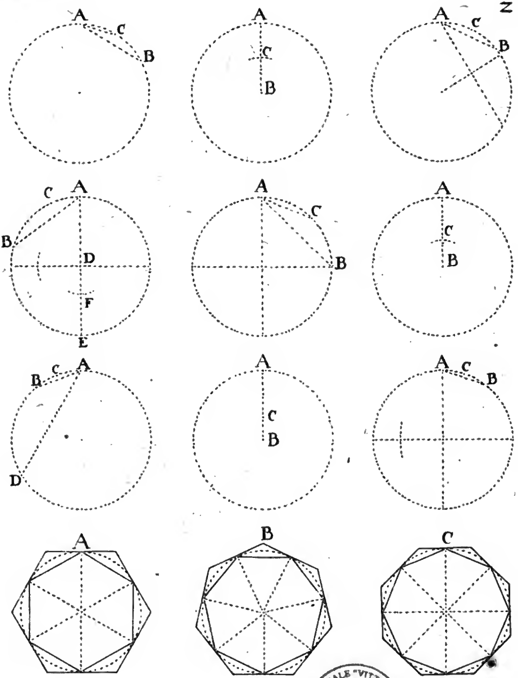
Digitized by Google

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

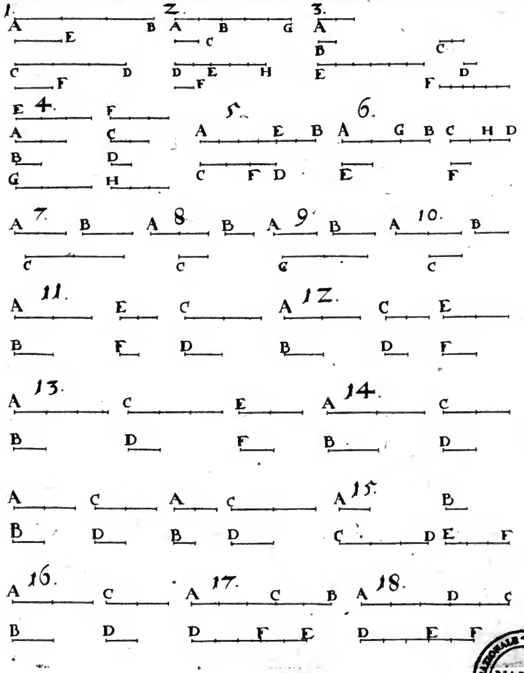
Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI
Digitized by Google

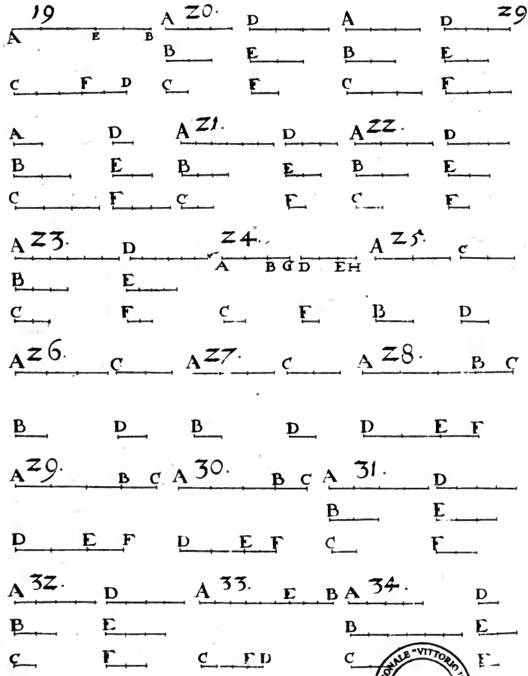
Digitized by Google

THEOREMATA LIB: V. ELEM: GEOM: EVCLIDIS



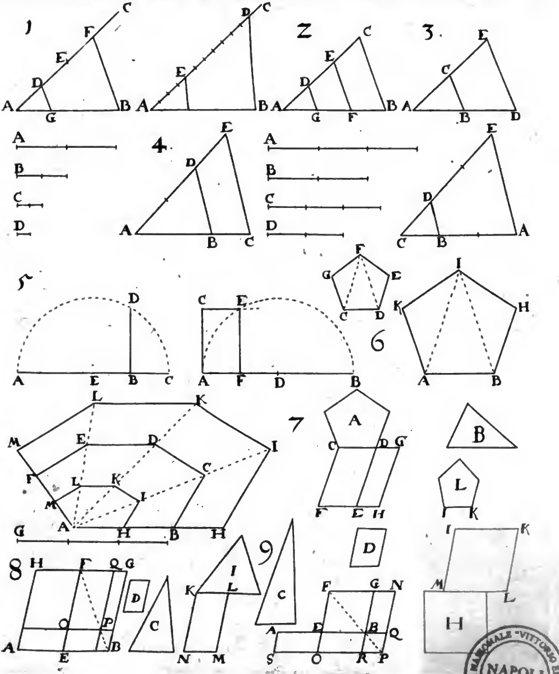
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

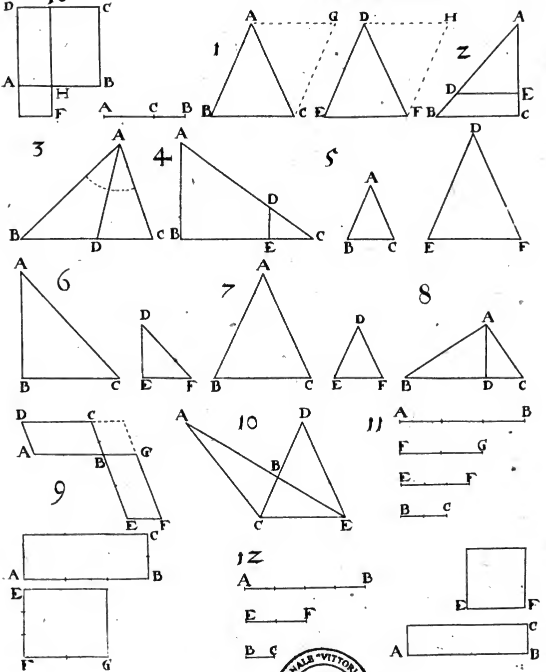
Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

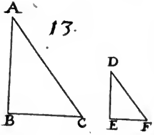
10

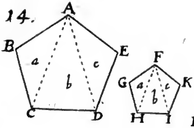


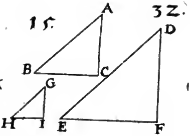
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

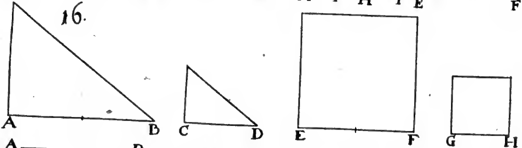
Digitized by Google

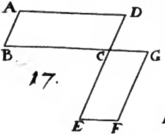
Digitized by Google

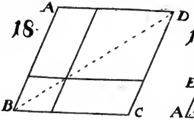


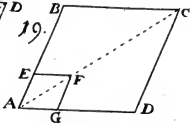


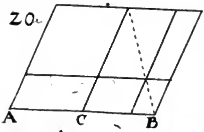


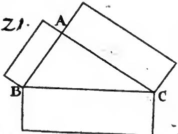


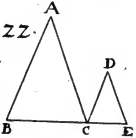


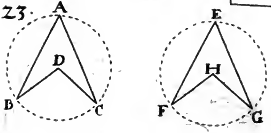












FINIS LIBRI SEXTI
ELEMENT. GEOMET.
EUCLIDIS.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

C 28.

Digitized by Google

X